Препринт ЕФИ-861(12)-86

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ,
Н.В.РЯЗАНЦЕВА

ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ЕЁ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1986

Препринт ЕФИ-861(12)-86

УДК 538.56:539.12

К.А.БАРСУКОВ*, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ,
Н.В.РЯЗАНЦЕВА*

ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ЕЁ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Приводится метод нахождения полей и энергии излучения заряженных частиц, движущихся в волноводах по произвольному закону. Получены выражения, аналогичные спектральным разложениям потенциалов Лиенара-Вихерта для свободного пространства.

Ереванский физический институт
Ереван 1986

* Ленинградский электротехнический институт.

Preprint ЕФИ-861(12)-86

K.A. BARSUKOV*, E.A. BEGLOYAN, E.M. LAZIEV, N.V. RYAZANTSEVA*

RADIATION FIELD OF CHARGED PARTICLE IN THE WAVEGUIDE AT ITS ARBITRARY MOTION

The method of finding the radiation fields and energy of charged particles moving in waveguides by the arbitrary law is presented. Expressions are obtained similar to the spectral expansions of Lienar-Wichert potentials for the free space.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1986

* Leningrad Electrotechnical Institute

При движении заряженной частицы в безграничном пространстве поля излучения определяются при помощи потенциалов Лиенара-Вихерта [I]. Ряд задач электродинамики связан с произвольным движением зарядов в волноводах и резонаторах, когда непосредственное использование потенциалов Лиенара-Вихерта невозможно. В этом случае оказывается возможным построение выражений, аналогичных спектральным разложениям потенциалов Лиенара-Вихерта. С этой целью рассмотрим произвольный регулярный волновод с образующей, параллельной оси OZ некоторой декартовой системы координат.

В волноводе движется заряженная частица, траектория которой определяется уравнениями

$$x = x(t), \quad y = y(t), \quad z = z(t). \tag{I}$$

Плотности заряда и тока частицы определяются следующим образом

$$\rho = q\delta(M - M(t)), \tag{2}$$
$$\vec{j} = q\vec{v}(t)\delta(M - M(t)),$$

где M - точка с координатами x, y, z

$M(t)$ - точка с координатами $\bar{x}(t),\ \bar{y}(t),\ \bar{z}(t)$

$$V_x(t) = \frac{d\bar{x}(t)}{dt}, \quad V_y(t) = \frac{d\bar{y}(t)}{dt}, \quad V_z(t) = \frac{d\bar{z}(t)}{dt}$$

Как обычно, полное поле можно представить в виде суммы ТМ и ТЕ-волн, выбрав в качестве потенциалов E_z и H_z составляющие полей. Причем E_z определяет ТМ-волны, а H_z - ТЕ-волны. Разложим потенциалы и ток заряда в интегралы Фурье по t.

$$E_z = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_{z\omega} e^{i\omega t} dt, \quad H_z = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} H_{z\omega} e^{i\omega t} dt.$$

$$\vec{j} = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \vec{j}_\omega e^{i\omega t} dt \tag{3}$$

Тогда волновые уравнения для потенциалов принимают вид

$$\Delta E_{z\omega} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon E_{z\omega} = \frac{4i\pi\omega}{c^2} j_{z\omega} + \frac{4\pi}{\varepsilon}\frac{\partial \rho_\omega}{dz}$$

$$\Delta H_{z\omega} + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon H_{z\omega} = -\frac{4\pi}{c} \operatorname{rot}_z \vec{j}_\omega \tag{4}$$

Решение (4) ищем в виде суммы по собственным функциям поперечного сечения волновода $\psi_n(x,y)$ и $\hat{\psi}_n(x,y)$, удовлетворяющим первой и второй краевым задачам для поперечного сечения волновода.

$$\Delta_\perp \psi_n(x,y) + \lambda_n^2 \psi_n(x,y) = 0 \qquad \psi_n(x,y)\Big|_\Sigma = 0,$$

$$\Delta_\perp \hat{\psi}_n(x,y) + \hat{\lambda}_n^2 \hat{\psi}_n(x,y) = 0 \qquad \frac{\partial \hat{\psi}_n(x,y)}{\partial n_0}\Bigg|_\Sigma = 0 \tag{5}$$

где λ_n и $\hat{\lambda}_n$ - собственные значения, Σ - контур поперечного сечения волновода, n_0 - нормаль к контуру Σ,

$$\Delta_\perp = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

$$E_{z\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} E_{\omega n}(z)\,\Psi_n(x,y)$$

$$H_{z\omega} = \sum_{n=0}^{\infty} H_{\omega n}(z)\,\hat{\Psi}_n(x,y) \qquad (6)$$

Остальные компоненты полей излучения можно вычислить по формулам

$$\vec{E}_{\omega\tau} = \sum_n \lambda_n^{-2} \frac{\partial E_{\omega n}(z)}{\partial z} \vec{\nabla}\, \Psi_n(x,y)$$

$$\vec{H}_{\omega\tau} = \sum_n \hat{\lambda}_n^{-2} E_{\omega n}(z) \left[\vec{z}_0 \vec{\nabla}\, \Psi_n(x,y)\right] \qquad (7)$$

для ТМ-волн

$$\vec{E}_{\omega\tau} = -i\frac{\omega}{c} \sum_n \hat{\lambda}_n^{-2} H_{\omega n}(z) \left[\vec{z}_0 \vec{\nabla}\, \hat{\Psi}_n(x,y)\right]$$

$$\vec{H}_{\omega\tau} = -\sum_n \hat{\lambda}_n^{-2} \frac{\partial H_{\omega n}(z)}{\partial z} \vec{\nabla}\, \hat{\Psi}_n(x,y)$$

Правые части уравнений (4) также разложим в ряд по ортонормированным собственным функциям волновода. $\Psi_n(x,y)$ и $\hat{\Psi}_n(x,y)$. Тогда для амплитуд разложения $E_{\omega n}(z)$ и $H_{\omega n}(z)$ получаем следующее уравнение

$$\frac{\partial^2 E_{\omega n}(z)}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \hat{\lambda}_n^2\right) E_{\omega n}(z) = \frac{4i\pi\omega}{c^2} j_{\omega n}(z) + \frac{4\pi}{\varepsilon} \frac{\partial \rho_\omega(z)}{\partial z},$$

$$\frac{\partial^2 H_{\omega n}(z)}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \hat{\lambda}_n^2\right) H_{\omega n}(z) = -\frac{4\pi}{c} \operatorname{rot}_z j_{\omega n}(z), \qquad (8)$$

где

$$j_{\omega n}(z) = \int_S j_{\omega z} \Psi_n(x,y)\, dx\, dy \,,$$

$$\rho_{\omega n}(z) = \iint\limits_{S} \rho_{\omega z} \Psi_n(x, y)\, dx\, dy$$

S – площадь поперечного сечения волновода.

Если теперь в (8) разложить все величины, зависящие от переменной z, в интегралы Фурье по этой переменной, то для $E_{\omega n}(z)$ и $H_{\omega n}(z)$ получаем

$$E_{\omega n}(z) = \frac{iq}{\pi\varepsilon\omega} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left[v_z(t)\left[\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \eta^2\right)\Psi_n(\bar{x}(t)\bar{y}(t)) - \eta\left(\vec{v}(t)\vec{\nabla}\Psi_n(\bar{x}(t),\bar{y}(t))\right]\right] e^{i\eta(z - z(t))}}{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \lambda_n^2 - \eta^2} \, d\eta\, dt \tag{9}$$

$$H_{\omega n}(z) = \frac{q}{c\pi} \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{\left[\vec{v}(t)\vec{\nabla}\Psi_n(\bar{x}(t),\bar{y}(t))\right]_z e^{-i\eta(z - z(t))}}{\eta^2 + \frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \hat{\lambda}_n^2} \, d\eta\, dt$$

Интегрирование по t в (9) производится по всему времени нахождения заряда в волноводе.

В точках

$$\eta = \pm\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \lambda_n^2}, \quad \eta = \pm\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2}\varepsilon - \hat{\lambda}_n^2} \tag{10}$$

подынтегральные функции в (9) обладают особенностями в виде простых полюсов. Интегрирование по η будем производить в комплексной плоскости $\eta = \eta' + i\eta''$ с учетом принципа излучения, согласно которому в волноводе не могут существовать волны, движущиеся к источнику излучения. Для чего контур интегрирования выбираем таким, как показано на рисунке , и окончательно для $E_{\omega n}(z)$ и $H_{\omega n}(z)$ получаем:

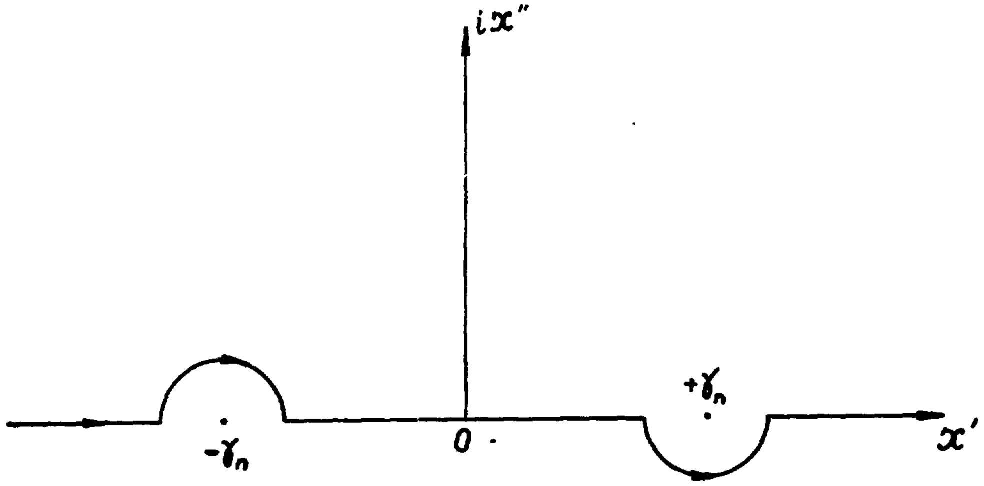
$$E_{\omega n}(z) = -\frac{q\lambda_n^2}{\varepsilon\omega\gamma_n}\int\limits_t V_z(t)\Psi_n(\bar{x}(t),\bar{y}(t))e^{-i\gamma_n|z-\bar{z}(t)|-i\omega t}dt +$$

$$+\frac{q}{i\omega\varepsilon}\int\limits_t\left(\vec{V}(t)\vec{\nabla}\Psi_n(\bar{x}(t),\bar{y}(t))\right)e^{-i\gamma_n|z-\bar{z}(t)|-i\omega t}\,\mathrm{sign}|z-z(t)|dt \tag{IIa}$$

$$H_{\omega n}(z) = -\frac{iq}{c\hat{\gamma}_n}\int\limits_t\left[\vec{V}(t)\vec{\nabla}\Psi_n(\bar{x}(t),\bar{y}(t))\right]_z e^{-i\hat{\gamma}_n|z-\bar{z}(t)|}dt \tag{IIб}$$

Выражения (II) совместно с (6) и (7) позволяют определять поля излучения в волноводе при произвольном законе движения заряда.

Первый член в (IIa) описывает ТМ-волны, второй член - ТМ и ТЕ волны, а (IIб) - ТЕ-волны. Действительно, если траектория частицы задается уравнениями $x = x_0$, $y = y_0$, $z = Vt$, то вклад в измерение будет давать лишь второй интеграл в (IIa), и мы получаем выражения для полей излучения заряда, совпадающих с результатами работы [2]. Если же уравнениями траектории являются $x = Vt$, $y = y_0$, $z = z_0$, то вклад в излучение дают интеграл в (IIб) и второй интеграл в (IIa), и мы получаем результаты работы [3]. Энергию излучения в волноводе можно вычислить как поток вектора Пойтинга через поперечное сечение волновода.



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973.
2. Газазян Э.Д., Лазиев Э.М. О черенковском излучении в волноводе. Изв.АН АрмССР, сер.физика, 1963, т.16, № 2, с.72.
3. Барсуков К.А., Газазян Э.Д., Лазиев Э.М. К теории переходного излучения в волноводе. Изв.ВУЗов, Радиофизика,1973, т.15, с.586.

Рукопись поступила 3 декабря 1985 г.

К.А.БАРСУКОВ, Э.А.БЕГЛОЯН, Э.М.ЛАЗИЕВ, Н.В.РЯЗАНЦЕВА

ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ВОЛНОВОДЕ ПРИ ЕЁ ПРОИЗВОЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать I4/II-86г. ВФ-0525I Формат 60х84/I6
Офсетная печать. Уч.изд.л. 0,5 Тираж 299 экз.Ц.7 к.
Зак.тип.№ II8 Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 36, Маркаряна 2

индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ