

Препринт ЕФИ-893(44)-86

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В.М.ЦАКАНОВ

**КОЭФФИЦИЕНТ ТРАНСФОРМАЦИИ В СХЕМЕ
УСКОРЕНИЯ КИЛЬВАТЕРНЫМИ ПОЛЯМИ**

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1986

Վ. Մ. ՑԱՐՅԱՆՈՎ

ՏԵՂԱԾՈՒՄԸՆ ԳՈՐԾԱԿԻՑԸ ԵՒ ԿԱՍՏԵՐԱՅԻՆ ԴԱՇՏԵՐՈՎ
ԱՐԱԳԱՑՄԱՆ ՏԱՐԲԵՐԱԿՆԵՐՈՒՄ

Աշխատանքում քննարկված են կիլվատերային դաշտում արագացման միջանկյալ տարբերակներ, որոնք կարող են ունենալ տեղափոխման Բարձր գործակից: Դիէլեկտրիկ լցումով ալիքատարը օգտագործված է որպես դանդաղեցնող կառուցվածք:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1986



Препринт ЕФИ-893(44) -86

В.М.ЦАКАНОВ

**КОЭФФИЦИЕНТ ТРАНСФОРМАЦИИ В СХЕМЕ
УСКОРЕНИЯ КИЛЬВАТЕРНЫМИ ПОЛЯМИ**

В работе обсуждаются некоторые схемы ускорения кильватерным полем, позволяющие иметь высокий коэффициент трансформации. В качестве замедляющей структуры взят волновод с диэлектрическим заполнением.

Ереванский физический институт

Ереван 1986

Preprint EФM-893(44)-86

V.M. Tsakanov

TRANSFORMATION COEFFICIENT IN
WAKE-FIELD ACCELERATION SCHEME

A few schemes for wake-field acceleration, allowing to have a high transformation coefficient are discussed. A waveguide with dielectric filling is used as a moderator.

Yerevan Physics Institute

Yerevan 1986

В настоящее время широко обсуждается идея ускорения кильватерными полями в замедляющих волноводах [3,4], предложенная в [1,2]. Численный расчет схемы с сильноточным ускоряющим и слабоинтенсивным ускоряемым сгустками, проведенный в [1,2], дает обнадеживающие результаты для дальнейших исследований в этой области. Для простоты в качестве замедляющей структуры рассматривается волновод с диэлектрическим заполнением ϵ . В случае диафрагмированного волновода выражения для излучаемых полей остаются аналогичными, за исключением спектра и амплитуды излучаемых волн.

При движении в таких структурах сгусток электронов излучает электромагнитные волны с тормозящим продольным электрическим полем E_z^- внутри сгустка и ускоряющим полем E_z^+ за сгустком. Определим коэффициент трансформации как $\kappa = -E_{z\max}^+ / E_{z\min}^-$. Известно [5], что для частицы с распределением плотности тока

$$I = I_0 \delta(x - \bar{x}) \delta(y - \bar{y}) \delta(z - v_z t), \quad (1)$$

выражение для E_z имеет вид

$$E_z = \begin{cases} - \sum_n \frac{2\pi I_0 \lambda_n^2 \Psi_n(\bar{x}, \bar{y})}{\epsilon N_n v_z} \Psi_n(x, y) \cos \omega_n \tau, & \tau > 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

где x, y, z - декартовы координаты, t - время, $\tau = t - z/v_z$ - временная координата, связанная с частицей, $\lambda_n, \Psi_n(x, y)$ - собственные числа и поперечные функции волновода, $\omega_n = v_z \lambda_n / (\epsilon \beta^2 - 1)^{1/2}$ - частота n -й возбуждаемой моды, N_n - нормированный множитель, равный

$$N_n = \iint_S \left[\left(\frac{\partial \Psi_n}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Psi_n}{\partial y} \right)^2 \right] dx dy. \quad (3)$$

При произвольном распределении плотности тока

$$I = I_0 P_1(x, y) P_2(\tau) \quad (4)$$

выражение для E_z получим, проинтегрировав выражение (2) по всем частицам сгустка

$$E_z = - \sum_n A_n(x, y) \int_{-\infty}^{\infty} P_2(\tau') \xi(\tau - \tau') d\tau', \quad (5)$$

где

$$A_n(x, y) = \frac{2\pi I_0 \lambda_0^2}{\epsilon N_n} \iint_S \Psi_n(\bar{x}, \bar{y}) P_1(\bar{x}, \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} \Psi_n(x, y),$$

$$\xi(\tau) = \begin{cases} \cos \omega_n \tau, & \tau > 0 \\ 0, & \tau < 0 \end{cases}$$

S - поперечное сечение волновода.

Остановимся на случае, когда ускоряющий и ускоряемый сгустки движутся вдоль одной траектории, ограничиваясь основной возбуждаемой модой.

1. Равномерное распределение

Для равномерного распределения плотности тока вдоль оси z имеем

$$P_2(\tau) = \begin{cases} 1, & |\tau| < T \\ 0, & |\tau| > T \end{cases}. \quad (6)$$

Согласно (5), для $E_z(\tau)$ имеем

$$E_z^-(\tau) = -\frac{A_0}{\omega_0} \sin \omega_0(\tau + T), \quad (7)$$

$$E_z^+(\tau) = -\frac{2A_0}{\omega_0} \sin \omega_0 T \cos \omega_0 \tau.$$

Коэффициент трансформации при этом равен

$$K = \frac{2 \sin \omega_0 T \cos \omega_0 \tau}{\sin \omega_0(\tau + T)}. \quad (8)$$

Максимум трансформации равен 2 и достигается при $\omega_0 T = \pi/2$, когда длина сгустка в два раза меньше длины излучаемой волны. На рис. I приведен график зависимости $E_z(\tau)$ для этого случая. Как видно из графика, максимум тормозящего поля достигается в середине сгустка ($\tau = 0$).

2. Линейное распределение

Рассмотрим несимметричное распределение ускоряющего сгустка, позволяющее получать большие значения K . Для линейной зависимости

$$P_z(\tau) = \begin{cases} \tau/T, & 0 < \tau < T \\ 0, & \tau < 0, \tau > T \end{cases} \quad (9)$$

продольная составляющая E_z определяется выражениями:

$$E_z^-(\tau) = -\frac{A_0}{T\omega_0^2} (1 - \cos \omega_0 \tau),$$

$$E_z^+(\tau) = \frac{A_0}{T\omega_0^2} [T\omega_0 \sin \omega_0(\tau - T) + \cos \omega_0 \tau - \cos \omega_0(\tau - T)]. \quad (10)$$

При длительности сгустка $T = 2\pi N/\omega_0$ ускоряющее поле равно

$$E_z^+(\tau) = \frac{A_0}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau. \quad (11)$$

Легко видеть, что коэффициент трансформации при этом равен πN (N — целое число). Для $N = 3$, длины основной возбуждаемой моды $\lambda_0 = 3$ см и протяженности сгустка $\ell = 10$ см коэффициент трансформации близок к 10. График зависимости $E_z(\tau)$ приведен на рис.2, откуда видно, что коэффициент трансформации прямо пропорционален числу горбов тормозящего поля внутри сгустка. Таким образом, чем большее число частиц испытывают максимальное тормозящее поле (в пределе $E_z^-(\tau) = \text{const}$), тем больше коэффициент трансформации.

3. Экспоненциальное распределение

В случае экспоненциального распределения

$$P_2(\tau) = \begin{cases} e^{-\alpha\tau} - \frac{\omega_0^2}{\alpha^2 + \omega_0^2}; & 0 < \tau < T \\ 0, & \tau < 0, \tau > T \end{cases} \quad (12)$$

выражения для полей при $T = 2\pi N/\omega_0$ имеют вид

$$E_z^-(\tau) = -\frac{A_0\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2} (e^{-\alpha\tau} - \cos \omega_0\tau), \quad (13)$$

$$E_z^+(\tau) = \frac{A_0(e^{-\alpha T} - 1)}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}} \sin(\omega_0\tau - \varphi),$$

где $\varphi = \alpha \arcsin \frac{\alpha}{\alpha^2 + \omega_0^2}$. Для оценки коэффициента трансформации возьмем $\alpha = 1/T = \omega_0/2\pi N$. В результате получим

$$K = \frac{\ell - 1}{\ell \frac{2N-1}{2N} + 1} \sqrt{1 + \frac{\omega_0^2}{\alpha^2}} \approx \frac{1}{2} \sqrt{1 + (2\pi N)^2}. \quad (14)$$

Таким образом, и в этом случае коэффициент трансформации близок к πN .

4. Комбинированное распределение

Комбинируя распределения (6) и (9), исследуем свойства распределения ускоряющего сгустка вида:

$$P_2(\tau) = \begin{cases} P_0, & 0 < \tau < T_1 \\ P_0 + P_1(\tau - T_1), & T_1 < \tau < T. \end{cases} \quad (15)$$

Для тормозящего поля внутри сгустка получим следующее выражение:

$$E_{\bar{z}}(\tau) = \begin{cases} -\frac{A_0 P_0}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau, & 0 < \tau < T_1 \\ -A_0 \left[\frac{P_1}{\omega_0^2} - \frac{P_1}{\omega_0^2} \cos \omega_0(\tau - T_1) + \frac{P_0}{\omega_0} \sin \omega_0 \tau \right], & T_1 < \tau < T. \end{cases} \quad (16)$$

Требование близости $E_{\bar{z}}(\tau)$ к постоянной приводит к условиям $P_0 = 1/T\omega_0$, $P_1 = 1/T$, $T_1 = \pi/2\omega_0$. Тогда для $E_{\bar{z}}(\tau)$ имеем при $T = 2\pi N/\omega_0$:

$$E_{\bar{z}}(\tau) = \begin{cases} -\frac{A_0}{T\omega_0^2} \sin \omega_0 \tau, & 0 < \tau < T_1 \\ -A_0/\omega_0^2 T, & T_1 < \tau < T, \end{cases} \quad (17)$$

$$E_z^+(\tau) = -\frac{A_0}{T\omega_0^2} \left[\cos \omega_0 \tau - \left(1 - \frac{\pi}{2} + 2\pi N\right) \sin \omega_0 \tau \right].$$

Отсюда для коэффициента трансформации получаем

$$K = \sqrt{1 + \left(1 - \frac{\pi}{2} + 2\pi N\right)^2}.$$

Таким образом, при комбинированном распределении коэффициент трансформации в два раза больше, чем при линейном или экспоненциальном распределении. График зависимости $E_z(\tau)$ приведен на рис.4.

5. Оптимальное распределение

Оптимальное распределение, дающее наибольший коэффициент трансформации, найдено в [6]. Исходя из условия постоянства тормозящего поля, авторы нашли распределение $I(\tau)$. Это распределение имеет вид

$$I(\tau) = A [(\alpha^2 + \omega_0^2) e^{-\alpha\tau} + \omega_0^2 (\alpha\tau - 1)] \quad (19)$$

В пределе при $\alpha \rightarrow \infty$ такое распределение дает коэффициент трансформации $K = \sqrt{1 + (2\pi N)^2}$.

6. Коэффициент трансформации при учете всех возбуждаемых мод

До сих пор в п.п. 1-5 мы рассматривали коэффициент трансформации, ограничившись основной возбуждаемой модой. Однако для точного расчета учет только основной возбуждаемой моды недостаточен. Близость частот возбуждаемых мод (ω_n) приводит к тому, что в реальности коэффициент трансформации при определенных условиях оказывается выше.

Рассмотрим сгусток с линейным распределением по τ , движущийся вдоль оси круглого волновода радиуса R . Распределение плотности тока такого сгустка имеет вид

$$I = \begin{cases} \frac{2Q\tau}{\pi R_1^2 T^2}, & \text{при } 0 < \tau < R_1, \quad 0 < \tau < T \\ 0, & \text{при } \tau > R_1, \quad \tau < 0, \quad \tau > T, \end{cases} \quad (20)$$

где Q - полный заряд сгустка. Исходя из свойств круглого волно-

вода [7] , нетрудно показать, что продольная составляющая E_z вдоль оси $r=0$ будет иметь вид

$$E_z^-(\tau) = - \sum_n C_n (1 - \cos \omega_n \tau) ,$$

$$E_z^+(\tau) = \sum_n C_n [T \omega_n \sin \omega_n (\tau - T) + \cos \omega_n \tau - \cos \omega_n (\tau - T)] , \quad (21)$$

где

$$C_n = \frac{8Q J_1(\lambda_n R_1)}{\epsilon R^2 T^2 R_1 \lambda_n \omega_n^2 J_1^2(\lambda_n R)} .$$

На рис.5 приведен график зависимости коэффициента трансформации K от числа учитываемых возбуждаемых мод при $R = 5$ см, $R_1 = 0,2$ см, $T = 2\pi/\omega_0$. Как видно из графика, для точного расчета коэффициента трансформации в этом случае необходимо учитывать по крайней мере первые десять возбуждаемых мод. При этом коэффициент трансформации увеличивается почти в четыре раза, что значительно улучшает эффективность использования ускоряющего сгустка с линейным распределением плотности тока.

В заключение автор выражает благодарность Лазиеву Э.М. за постоянный интерес к работе.

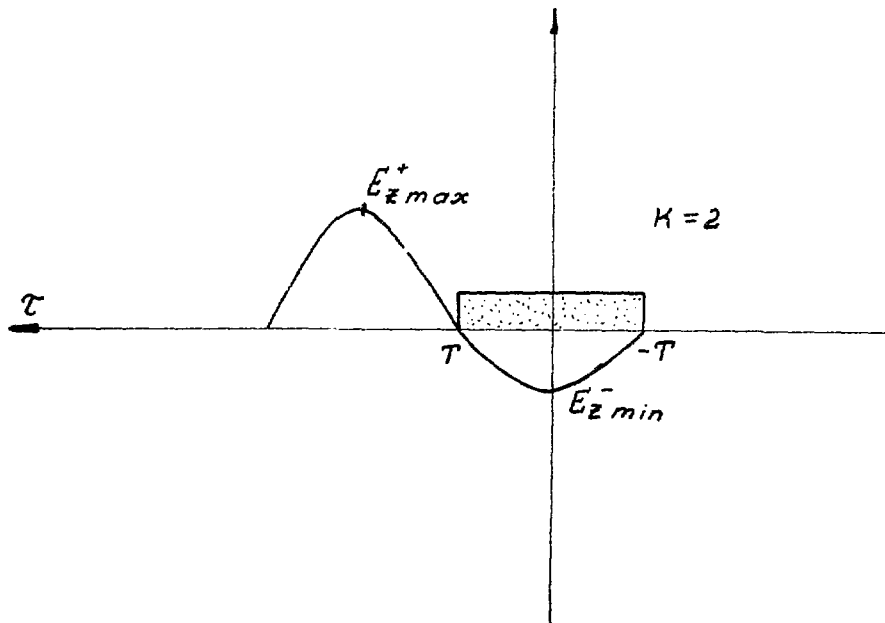


Рис. I

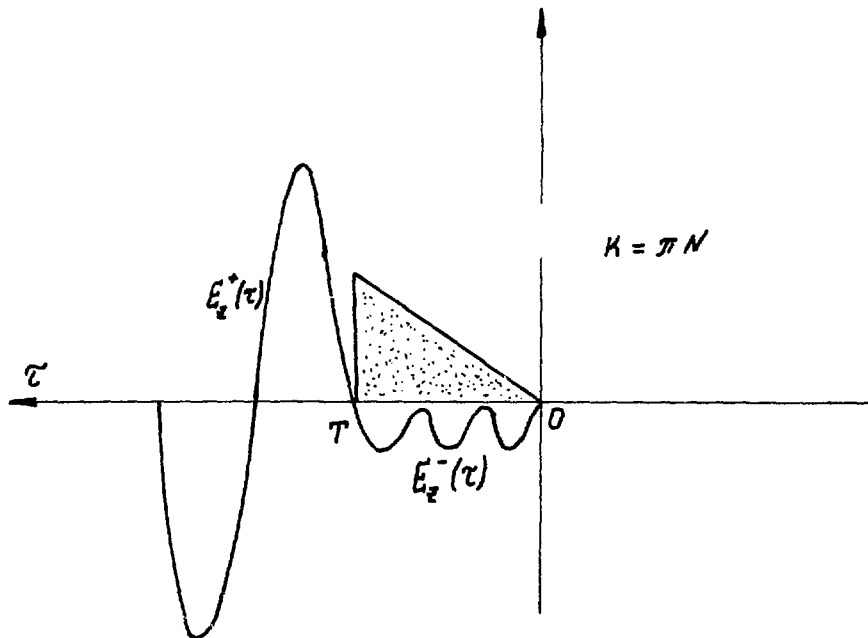


Рис. 2

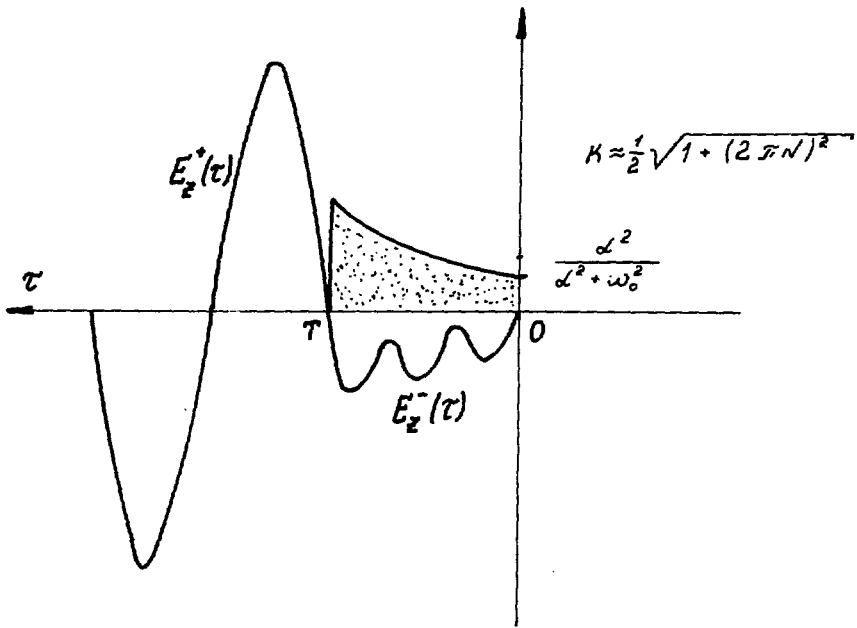


Рис.3

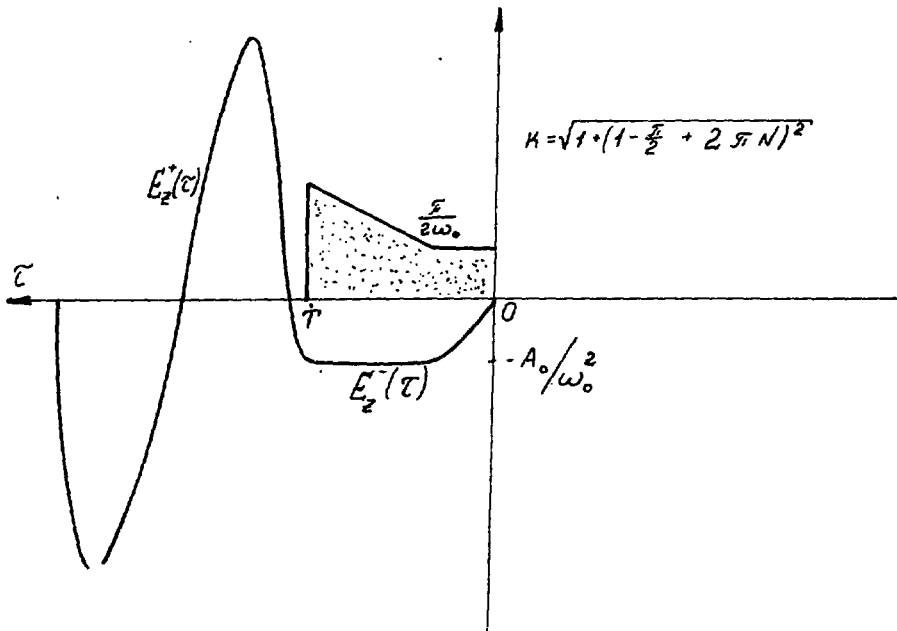


Рис.4

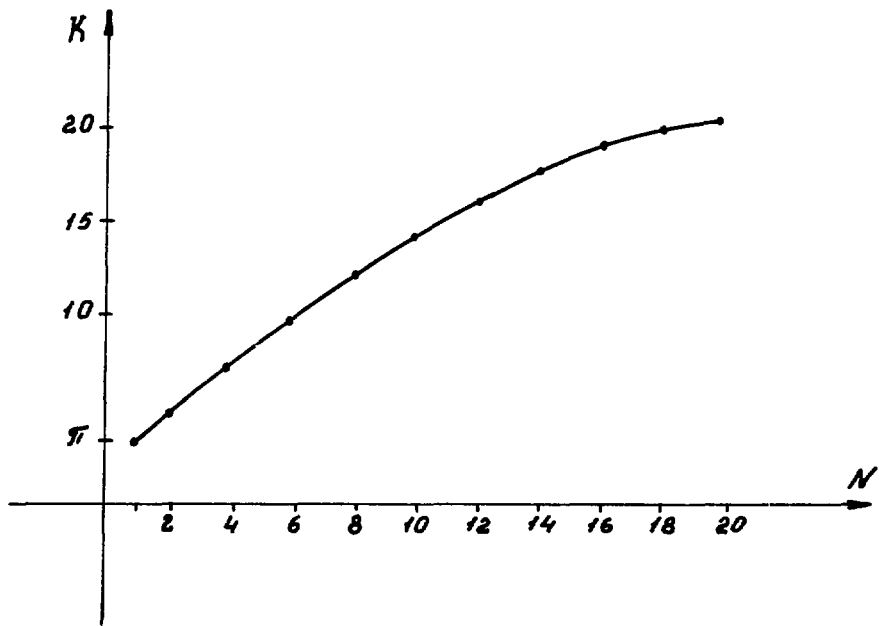


Рис.5

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Voss G., Weiland T., DESY M82-10 (1982).
2. Voss G., Weiland T., DESY 82-074 (1982).
3. Weiland T. Two-beam, wake-field and MM-wave accelerators, Proc. of the CAS-ECFA-INFN workshop, Frascati, September 1984.
4. Chin Y. The wake-field acceleration using a cavity of elliptical cross section, KEK 83, 19 November 1983.
5. Бурштейн Э.Л., Воскресенский Г.В. Линейные ускорители электронов с интенсивными пучками. М.: Атомиздат, 1970.
6. Chen P. and Dawson J.M. The plasma wake-field accelerator, SLAC-PUB-3601, March, 1985.
7. Вайнштейн Л.А. Электромагнитные волны. М.: Сов.радио, 1957.

Рукопись поступила 26 марта 1986 г.

В.М.ЦАКАНОВ

КОЭФФИЦИЕНТ ТРАНСФОРМАЦИИ В СХЕМЕ УСКОРЕНИЯ
КИЛЬВАТЕРНЫМИ ПОЛЯМИ

Редактор Л.П.Мукаян

Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 13/У1-86г. ВФ-05589

Формат 60x84/16

Офсетная печать. Уч.изд.л.0,8

Тираж 299 экз. Ц.Юж.

Зак.тип. № 367

Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте

Ереван 36, Маркаряна 2

индекс 3624



ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ