индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Препринт ЕФИ-926(77)-86

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒ

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУ

Р.В.ТУМАНЯН

УМЕНЬШЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО ЭМИТТАНСА РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА ПРИ АВТОРЕЗОНАНСНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1986

Взаимодействие движущегося по периодической траектории электрона с плоской монохроматической электромагнитной волной является одним из возможных способов усиления электромагнитной волны в лазере на свободных электронах.Предложенный в [I] авторезонансный лазер на свободных электронах, основанный на взаимодействии заряженной частицы с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль однородного магнитного поля $\vec{B}_0 \parallel z$, характеризуется постоянством расстройки от точного резонанса при изменении энергии заряда. В [2] показано, что постоянство расстройки, связанное с существованием интеграла движения

$$I = \gamma - P_z , \qquad \text{(I)}$$

имеет место лишь в приближении заданной внешней волны. Здесь γ – полная энергия, а P_z – импульс частицы вдоль поля $\vec{B}_0$ (в единицах $m = c = 1$).

В настоящей работе рассматривается влияние авторезонансного взаимодействия частицы с волной на поперечный эмиттанс пучка.

Учитывая связь $\gamma = \sqrt{P_z^2 + P_\perp^2 + 1}$, из (I) нетрудно получить для поперечного кинематического импульса частицы:

$$P_\perp^2 = 2I\gamma - 1 - I^2.$$

Дифференцируя это выражение по времени и усредняя по всем частицам пучка, получим уравнение для скорости изменения среднего квадрата поперечного импульса пучка

$$\frac{d}{dt} < P_\perp^2 > = 2 < I \dot{\gamma} > . \tag{2}$$

Как показано в работах [I-3], траектории электронов являются винтовыми линиями с изменяющимся вдоль пути радиусом. Поскольку дрейф центра ларморовского круга отсутствует и $I > 0$, то взаимодействие в режиме лазера ($\dot{\gamma} < 0$) означает уменьшение поперечного эмиттанса пучка.

Как нетрудно получить из (I), относительная скорость изменения продольного импульса $\dot{P}_z / P_z$ в $2P_\perp^2/(1+P_\perp^2)$ раз меньше относительной скорости изменения поперечного импульса $\dot{P}_\perp / P_\perp$. Поэтому уменьшение эмиттанса будет эффективно для пучков с $< P_\perp^2 > \ll 1$, когда потери энергии малы. Но в практических приложениях можно также компенсировать потери энергии внешними ускоряющими элементами.

В приближении малости изменения поперечного импульса при взаимодействии с волной, когда движение в поперечной плоскости определяется полем $\vec{B}_o$, для $\dot{\gamma}$ в поле поляризованной по оси x волны нетрудно получить:

$$\dot{\gamma} = \xi \omega \frac{P_\perp}{\gamma} \cos \varphi , \tag{3}$$

где ω - частота волны, $\xi = eE/\omega$ - безразмерная амплитуда электрического поля волны, а φ - фаза ларморовского вращения, отсчитываемая от фазы волны в точке нахождения частицы.

Усреднение по всем частицам пучка в уравнении (2) позволяет

вместо детальной траектории одной частицы в заданных внешних полях исследовать средние по пучку величины, используя кинетический подход. При наличии электромагнитной волны с $\vec{E}, \vec{B} \sim e^{i(\omega t - kz)}$, которую будем считать малой по сравнению с $\vec{B}_o$, возникают флуктуации плотности пучка $\sim e^{i(\omega t - kz)}$, которые приводят к модуляции пучка по φ и соответственно, к ненулевой правой части (2). Для расчета этого эффекта представим функцию распределения в виде [4] $f = f_o + \delta f$, где f_o - основная равновесная функция распределения, а $|\delta f| \ll f_o$ - малая поправка к f_o, обусловленная волной. Вблизи резонанса удобно δf представить в виде ряда Фурье от φ : $\delta f = \sum g_s(P_\perp, P_z) e^{is\varphi}$. Подставляя f в бесстолкновительное кинетическое уравнение и пренебрегая членами второго порядка, получим следующее решение для коэффициентов $g_s(P_\perp, P_z)$:

$$g_s = \frac{Q_s}{i(\alpha + s)} ; \quad Q_s = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-is\tau} Q(P_\perp, P_z, \tau) d\tau ;$$
$$Q = \frac{e}{\omega_B} \frac{\partial f_o}{\partial \vec{P}} \left(\vec{E} + \frac{1}{\omega} [\vec{V} [\vec{K} \vec{E}]] \right) ; \quad \alpha = \frac{kV_z - \omega}{\omega_B} ; \tag{4}$$

где $\omega_B = eB_o/\gamma$ - ларморовская частота, τ - фаза интегрирования и использована связь $\omega \vec{B} = [\vec{K} \vec{E}]$ для поля волны.

Вблизи простого циклотронного резонанса основным членом в фурье-разложении δf будет член с $S = I$. Для функции распределения

$$f_o = \frac{1}{\pi < P_\perp^2 >} e^{-P_\perp^2 / < P_\perp^2 >} \delta(P_z - P_o) \tag{5}$$

с учетом $I \approx (1 + P_\perp^2)/2P_o$ в релятивистском случае ($P_o^2 \gg 1 + P_\perp^2$) получим:

$$\delta f = -\xi \frac{P_\perp(1+P_\perp^2)}{\langle P_\perp^2\rangle i(\Delta_\parallel - P_\perp^2)} e^{i\varphi} \cdot f_0 , \tag{6}$$

где $\Delta_\parallel = 2\frac{\Omega}{\omega}P_0 - 1$; $\Omega = \omega_B \gamma$.

Приближение продольно-монохроматического пучка в f_0, как нетрудно оценить из резонансного множителя $(1+\alpha)^{-1}$, справедливо, если относительный разброс по продольному импульсу $(P_z - P_0)/P_0$ много меньше $P_\perp^2$.

При усреднении по δf возникает обычный в таких случаях полюс в точке $P_\perp^2 = \Delta_\parallel$, обусловленный резонансным множителем. По правилу обхода полюсов Ландау (замена $\omega \to \omega + i0$) мы получим для интересующего нас интеграла:

$$\int_0^\infty \frac{f(z)}{\Delta_\parallel - z}dz = ⨍ \frac{f(z)}{\Delta_\parallel - z}dz + i\pi\delta(\Delta_\parallel - z),$$

где $z = P_\perp^2$, а интеграл с черточкой означает интеграл в смысле главного значения.

Поскольку физический смысл имеет только реальная часть уравнения (2), то при $\Delta_\parallel < 0$, когда правая часть чисто мнимая, скорость изменения среднего поперечного импульса равна нулю. А при $\Delta_\parallel > 0$ получаем:

$$\frac{d}{dt}\langle P_\perp^2\rangle = -\xi \frac{\pi\omega}{2P_0^2\langle P_\perp^2\rangle} \Delta_\parallel (1+\Delta_\parallel) e^{-\Delta_\parallel/\langle P_\perp^2\rangle} . \tag{7}$$

Максимум правой части в случае $\langle P_\perp^2\rangle \ll 1$ $(P_0 \approx const)$ достигается в точке $\Delta_\parallel = \langle P_\perp^2\rangle$, и его решением является

$$\langle P_\perp^2\rangle = \left(\langle P_{\perp 0}^2\rangle^2 - \frac{2\pi^2}{e}\xi^2 \frac{z}{2\lambda P_0^2}\right)^{1/2}, \tag{8}$$

где $\langle P_{\perp 0}^2\rangle$ - начальное значение среднего квадрата поперечного импульса пучка, λ - длина волны, а $z = ct$ - длина пройденного пучком пути.

В случае, когда $\Delta_\parallel = const$ и много меньше $\langle P_\perp^2\rangle$, получим:

$$\langle P_\perp^2\rangle = \left(\langle P_{\perp 0}^2\rangle^3 - \frac{6\pi^2}{2\lambda P_0^2}\xi^2 \Delta_\parallel z\right)^{1/3}. \tag{9}$$

Уменьшение поперечного эмиттанса пучка при авторезонансном взаимодействии пучок-волна может быть значительным также и для модулированного по φ пучка, функцию распределения которого выбираем в таком виде:

$$f(P_\perp, P_z, \varphi) = f(1 - \varepsilon\cos\varphi), \tag{10}$$

где $0 < \varepsilon \leq 1$ - глубина модуляции, а f_0 определяется из (5). После усреднения (2) по функции распределения (10) получим:

$$\frac{d}{dt}\langle P_\perp\rangle = -\varepsilon\xi \frac{\omega}{2P_0^2}\left(1 + \frac{6}{\pi}\langle P_\perp\rangle^2\right), \tag{11}$$

где учтена связь $\langle P_\perp\rangle = \frac{\sqrt{\pi}}{2}\sqrt{\langle P_\perp^2\rangle}$.

Отсюда при $\langle P_\perp^2\rangle \ll 1$ $(P_0 \approx const)$, получим

$$\langle P_\perp\rangle = P_{\perp 0} - \varepsilon\xi\pi \frac{z}{2\lambda P_0^2}. \tag{12}$$

Условие малости изменения поперечного импульса, использованного при выводе всех формул, означает фактически ограничение на длину пройденного пути:

$$1 < \frac{z}{2\lambda P_0^2} \ll \mathcal{H}, \tag{13}$$

где $A = \frac{e}{2\pi^2} < P_{\perp 0}^2 >^2 / \xi^2$; $< P_{\perp 0}^2 >^3 / 2\pi^2 \xi^2 \Delta_{\parallel}$; $P_{\perp 0} / \varepsilon \xi \pi$ соответственно для формул (8),(9) и (I2). А левое неравенство является следствием приближения адиабатического включения поля волны (замена $\omega \to \omega + i0$). Поскольку в нашем случае поле включается мгновенно, то приближение адиабатически медленного включения поля справедливо при временах, больших времени релаксации. То есть выражение (6) для δf справедливо, когда пучок прошел путь, больший $2\lambda P_0^2$.

Подчеркнем, что условие (I3) следует из метода расчета. Само же уравнение (2) справедливо в приближении заданного внешнего поля, когда ленгмюровская частота пучка много меньше частоты внешней электромагнитной волны [2] . Оно указывает на связь между скоростью изменения поперечного импульса и скоростью изменения энергии пучка.

Для пучка с $P_0 = 100$ и $\vartheta = 10^{-3}$ и лазера с $\xi = 10^{-3}$ и $\lambda = 10$ мкм длина пути, на котором $< P_{\perp} >$ изменяется на 10%, составляет 80 см, при этом длина релаксации порядка 20 см.

В заключение автор выражает благодарность Меликяну Р.А. за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Коломенский А.А.,Лебедев А.Н. Авторезонансное движение частицы в плоской электромагнитной волне. ДАН СССР, 1962 , т.I45, № 6, с.I259-I26I.

2. Кизогян О.С.,Мартиросян Г.В. Характеристики авторезонансного электронного лазера. Препринт ФИАН, № 239, 1984.

3. Roberts C.S. and Buchsbaum S.J. Motion of a Charged Particle in a Constant Magnetic Field and a Transverse Electromagnetic Wave Propagating along the Field. Phys.Rev.,1964 vol.135A. N.2, p.381-389.

4. Лифшиц Е.М.,Питаевский Л.П. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979 .

Рукопись поступила 30 июля 1986 г.