индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Препринт ЕФИ-942(93)-86

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

А.А.ГРИГОРЯН,А.Э.ТЫУГУ

ВОЗБУЖДЕННЫЕ СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ МЕЗОНОВ В ПРАВИЛАХ СУММ КХД

ЦНИИатоминформ

ЕРЕВАН-1986

Preprint ЕФИ-942(93)-86

A.A. GRIGORYAN, A.E. TYUGU

SPIN EXCITATIONS OF MESONS IN QCD SUM RULES

Non-local gauge-invariant quark currents are considered as hadron sources in the framework of the QCD sum rules for analysis of properties of meson excitations. There the contribution of a "bare" quark loop and gluon correction to the current correlator for random spin states are calculated. It is shown that in the mass range on Regge trajectories, there takes place a quark-hadron duality - the power correction contribution connected with the gluon condensate, is small with respect to that of the perturbation theory. The obtained formulae correctly describe the masses of resonances on Regge trajectories ρ, ω, A_2, f.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1986

Введение

В настоящее время большое признание получила калибровочная теория сильных взаимодействий - квантовая хромодинамика (КХД). Самодействие глюонов, которое приводит к падению теоретико-возмущенческой константы взаимодействия кварков и глюонов, позволяет использовать на малых расстояниях обычную теорию возмущений. Однако ее область применимости ограничена, поэтому приходится развивать непертурбативные подходы, такие, как модели струн, мешков и др. При вычислении статических характеристик адронов широко используется дисперсионный метод, развитый в работах Шифмана, Вайнштейна, Захарова - SVZ - метод [I]. В настоящей работе в рамках этого метода будут рассмотрены мезоны с большими спинами. Мы построим двухтоковый коррелятор, где в качестве источников адронов будут рассмотрены нелокальные токи. Такой выбор позволит нам использовать SVZ - метод для вычисления наклонов ρ, ω, A_2 и f - траекторий.

I. Двухтоковый коррелятор

В качестве источника адронов рассмотрим калибровочно-инвариантный нелокальный ток с безмассовыми концами:

$$\mathcal{J}_\mu(x,\xi) = \bar{\Psi}(x+\xi)\gamma_\mu P\exp\Big[ig\int_{x-\xi}^{x+\xi} A_\mu(x')dx'_\mu\Big]\Psi(x-\xi), \tag{I}$$

где
$$A_\mu(x) = \frac{\lambda^a}{2}A^a_\mu(x) .$$

Этот оператор может рассматриваться как КХД – аналог струны. После разложения в ряд по второй переменной ξ_μ он представляется в виде суммы локальных кварковых токов, которые собственно и считаются источниками адронов с разными спинами:

$$\mathcal{J}_\mu(x,\xi) = \sum_n \frac{\xi^{\mu_1}\ldots\xi^{\mu_n}}{n!}\bar{\Psi}(x)\gamma_\mu \overleftrightarrow{\nabla}_{\mu_1}\cdots\overleftrightarrow{\nabla}_{\mu_n}\Psi(x) =$$

$$= \sum_n \frac{\xi^{\mu_1}\ldots\xi^{\mu_n}}{n!}\mathcal{J}_{\mu\mu_1\ldots\mu_n}(x), \tag{2}$$

где
$$\overleftrightarrow{\nabla}_\mu = \overleftarrow{\partial}_\mu - \overrightarrow{\partial}_\mu + 2igA_\mu(x) .$$

Построим теперь инвариантный двухтоковый коррелятор, в котором с помощью интегрирования с определенным весом по вторым переменным в обоих нелокальных токах, входящих в коррелятор, выделен вклад адронных состояний с данным спином n . Для этого рассмотрим функции [2] :

$$Y^{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi) = \Big[\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}\Big]^{1/2}\Big\{\frac{\xi_{\perp\mu_1}}{\sqrt{-\xi_\perp^2}}\cdots\frac{\xi_{\perp\mu_n}}{\sqrt{-\xi_\perp^2}}\Big\}, \tag{3}$$

где $\xi_{\perp\mu} = \xi_\mu - q_\mu(q\xi)/q^2$, фигурные скобки означают вычет следов.

Функция $Y^{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi)$ удовлетворяет условиям:

$$q_{\mu_1}Y^{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi) = 0 , \qquad g_{\mu_1\mu_2}Y^{\mu_1\mu_2\ldots\mu_n}(q,\xi) = 0,$$

$$\int d^4\xi\sqrt{\frac{q^2}{\xi^2}}\,\frac{2}{\xi^2}\delta(q\xi)\,\delta(\xi^2+a^2)\,Y^{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi)\,\times \tag{4}$$

$$\times\, Y^{\nu_1\ldots\nu_{n'}}(q,\xi) = \frac{4\pi}{2n+1}\delta_{n,n'}\Pi^{\mu_1\ldots\mu_n,\nu_1\ldots\nu_n}(q) ,$$

где $\Pi^{\mu_1\ldots\mu_n,\nu_1\ldots\nu_n}(q)$ – проекционный оператор на состояние со спином n и инвариантной массой q^2 . Функции $Y^{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi)$ представляют собой четырехмерную запись обычных сферических гармоник. Мы можем ввести диадное представление, рассмотренное Швингером [3] , и тогда получим:

$$Y^{n,\lambda}(q,\xi) = Y^{n,\lambda}\Big(\frac{\bar{e}_\mu(q)\xi^\mu}{\sqrt{-\xi_\perp^2}}\Big) =$$

$$= e^{\mu_1\ldots\mu_n}_{n\lambda}(q)\,\xi_{\mu_1}\cdots\xi_{\mu_n}\Big[\frac{(2n)!}{2^n(n!)^2}\;\frac{2n+1}{4\pi}\Big]^{1/2}\Big[\frac{1}{\sqrt{-\xi_\perp^2}}\Big]^n = \tag{5}$$

$$= \Big[\frac{2n+1}{4\pi}\Big]^{1/2} e^{\mu_1\ldots\mu_n}_{n\lambda}(q)\,Y_{\mu_1\ldots\mu_n}(q,\xi),$$

где $\lambda = -n, -n+1, \ldots, n-1, n;\quad e^{*\mu_1\ldots\mu_n}_{n\lambda}(q)\; e^{n\lambda'}_{\mu_1\ldots\mu_n}(q) = \delta_{\lambda\lambda'}$,

$$\sum_{\lambda=-n}^{n} e^{*\mu_1\cdots\mu_n}_{n\lambda}(q)\, e^{\nu_1\ldots\nu_n}_{n\lambda}(q) = \Pi^{\mu_1\ldots\mu_n,\nu_1\cdots\nu_n}(q);$$

$$e^{\lambda}_{\mu}(q) = \left(\frac{q^{\lambda}}{\sqrt{q^2}},\ \delta^{\lambda}_{\kappa} + \frac{q^{\lambda} q_{\kappa}}{\sqrt{q^2}\,(q_0 + \sqrt{q^2})}\right), \quad \mu = (0, \kappa).$$

В системе $q_\mu = (q_0, 0)$:

$$y^{n\lambda}(q;\xi) = y^{n\lambda}(\vec{\xi}/|\vec{\xi}|), \quad e^{\lambda}_{\mu} = (0, \delta^{\lambda}_{\kappa}). \tag{6}$$

Интеграл (4) можно переписать в другом виде, сделав замену переменных:

$$\vec{a} = \vec{e}_\mu(q)\,\xi^\mu, \quad a_0 = (q\xi)/\sqrt{q^2}.$$

Тогда интеграл запишется в виде:

$$\int da_0 \int d|\vec{a}|\,|\vec{a}|^2 \int d\vec{n} \sqrt{\frac{q^2}{a^2}}\,\frac{1}{a^2}\left|\det\left(\frac{\partial a_\mu}{\partial \xi_\nu}\right)\right| \cdot 2\delta(a^2+R^2)\,\times$$
$$\times\,\delta(a_0\sqrt{q^2}) \sum_{\lambda=-n}^{n} \sum_{\lambda'=-n'}^{n'} e^{\mu_1\cdots\mu_n}_{n\lambda}(q)\, e^{*\nu_1\ldots\nu_{n'}}_{n'\lambda'}(q)\cdot y^{n\lambda}(\vec{n})\, y^{*n'\lambda'}(\vec{n}) = \tag{7}$$
$$\frac{4\pi}{2n+1}\,\delta_{nn'}\,\Pi^{\mu_1\cdots\mu_n,\nu_1\cdots\nu_n}(q),$$

где
$$\vec{n} = \vec{a}/|\vec{a}|.$$

Отсюда следует, что если вместо $\delta(a^2+R^2)$ подставить любую функцию $f(a^2)$, то структура $\Pi^{\mu_1\cdots\mu_n\,\nu_1\cdots\nu_n}(q)$ сохранится, изменится лишь коэффициент перед ней.

Теперь рассмотрим выражение:

$$\Pi^{n}(q^2, R^2_{\xi}, R^2_{\eta}) = i\int d^4x\, e^{iqx} \sum_{m} \sum_{\lambda_1=-n_1}^{n_1} \sum_{\lambda_2=-n_2}^{n_2} \sum_{i=-1}^{1} \sum_{\kappa=-1}^{1}\,\times$$
$$\times\, C^{n_1 1 n}_{\lambda_1 i \lambda}\, C^{n_2 1 n}_{\lambda_2 \kappa \lambda}\, e^{i}_{\mu}(P_m)\, e^{*\kappa}_{\nu}(P_m) \int d^4\xi \cdot 2\delta(P_m\xi)\,\delta(\xi^2 + R^2_{\xi})\,\times$$
$$\times\,\sqrt{\ }\quad \xi^2)^{\alpha} \int d^4\eta\, 2\delta(P_m\eta)\,\delta(\eta^2 + R^2_{\eta}) \qquad \sqrt{P_m^2}\cdot(\eta^2)^{\alpha}\,\times \tag{8}$$
$$\times\, y^{n_1\lambda_1}(P_m,\xi)\, y^{*n_2\lambda_2}(P_m,\eta)\,\times$$
$$\times \begin{cases} \langle 0|\, J_\mu(0,\xi)\,|m\rangle\langle m|\,\bar{J}_\nu(0,\eta)\,|0\rangle\, e^{-iP_m x}, & t_x > 0 \\ \langle 0|\, \bar{J}_\nu(0,\eta)\,|m\rangle\langle m|\, J_\mu(0,\xi)\,|0\rangle\, e^{iP_m x}, & t_x < 0. \end{cases}$$

В этом выражении сумма $\sum\limits_m$ берется по всем адронным состояниям, рождаемым токами $J_\mu(x,\xi)$ и $\bar{J}_\nu(0,\eta)$, и по всем внутренним квантовым числам этих состояний, P_m – импульс состояния m, R^2_ξ и R^2_η – размерные параметры, степень α будет определена ниже, $C^{j_1 j_2 j_3}_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$ – коэффициенты Клебша–Гордана, индексы n_1 и n_2 могут принимать значения $n-1$, n, $n+1$. Мы в дальнейших формулах ограничимся случаем $n_1 = n_2 = n-1$.

Покажем, что в данном выражении присутствует только вклад состояний спина n.

Введем обозначение:

$$\Phi^{\nu_1\cdots\nu_n}(P_m, R^2, m) = \sum_{\lambda=-n}^{n} \sum_{\lambda_1=-n_1}^{n_1} \sum_{i=-1}^{1} C^{n_1 1 n}_{\lambda_1 i \lambda}\, e^{\nu_1\ldots\nu_n}_{n\lambda}(P_m)\, e^{\mu_1\cdots\mu_{n_1}}_{n_1\lambda_1}(P_m)\,\times$$
$$\times\, e^{\mu}_{i}(P_m) \int d^4\xi \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}}\,\sqrt{P_m^2}\,(\xi^2)^{\alpha}\, y^{\mu_1\cdots\mu_{n_1}}(P_m,\xi)\cdot 2\delta(P_m\xi)\,\times \tag{9}$$
$$\times\,\delta(\xi^2 + R^2)\,\langle 0|\, J_\mu(0,\xi)\,|m\rangle.$$

Эта функция симметрична по индексам ν_i и удовлетворяет условиям:

$$P_{m\nu_1}\Phi^{\nu_1\ldots\nu_n}(P_m,R^2,m)=0\,,\qquad g_{\nu_1\nu_2}\Phi^{\nu_1\nu_2\ldots\nu_n}(P_m,R^2,m)=0\,, \qquad (10)$$

откуда следует, что она имеет вид источника некоторого состояния m со спином n в формализме Рариты-Швингера [3] .

Функцию $\Pi^n(q^2,R_\xi^2,R_\eta^2)$ можно записать в виде:

$$\Pi^n(q^2,R_\xi^2,R_\eta^2)=i\int d^4x e^{iqx}\sum_m \Phi^{\nu_1\ldots\nu_n}(P_m,R_\xi^2,m)\times$$

$$\times\Pi_{\nu_1\ldots\nu_n\mu_1\ldots\mu_n}(P_m)\,\Phi^{*\mu_1\ldots\mu_n}(P_m,R_\eta^2,m)\,e^{\mp iP_mx}\,,\qquad t_x\gtrless 0,$$

или

$$\Pi^n(q^2,R_\xi^2,R_\eta^2)=\frac{1}{\pi}\int_0^\infty\frac{ds}{s-q^2+i0}\sum_m\Phi^{\nu_1\ldots\nu_n}(P_m,R_\xi^2,m)\times$$

$$\times\Pi_{\nu_1\ldots\nu_n\mu_1\ldots\mu_n}(P_m)\,\Phi^{*\mu_1\ldots\mu_n}(P_m,R_\eta^2,m)\,;\quad P_{m\mu}=(\sqrt{s_0+|\vec q|^2},\vec q)\,. \qquad (11)$$

Следовательно, в построенный коррелятор дают вклад только состояния с данным спином n . Параметры R_ξ^2 и R_η^2 здесь имеют смысл параметров нелокальности рассматриваемых токов. В системе $q_\mu=(q_0,0)$ они равны $|\vec\xi|^2$ и $|\vec\eta|^2$ соответственно, т.е. расстоянию между концами $\Psi(x-\xi)$ и $\bar\Psi(x+\xi)$ ($\Psi(-\eta)$ и $\bar\Psi(\eta)$) . Мы проинтегрируем по R_ξ^2 и R_η^2 от 0 до ∞ . При этом степень α удобно выбрать такой, чтобы в выражении для $\Pi^n(q^2)$ не возникало инфракрасно расходящихся членов, которые могут появиться, если интегралы по R_ξ^2 и R_η^2 расходятся на бесконечности ,

т.е. при больших "длинах".

Вычисление "голой" кварковой петли и глюонной степенной поправки

Для вычисления перепишем коррелятор в системе $q_\mu=(q_0,0)$ в более удобном виде (введя интегрирование по R_ξ^2 и R_η^2):

$$\Pi^n(q_0^2)=i\int d^4x e^{iq_0t}\int d^3\vec\xi\int d^3\vec\eta\,(\vec\xi^2\cdot\vec\eta^2)^\alpha\times$$

$$\times 4\sum_{\lambda=-n}^{n}\sum_{\lambda_1,\lambda_2=-n+1}^{n-1}\sum_{i,k=-1}^{1}C^{n-1\,1n}_{\lambda_1\,i\lambda}C^{n-1\,1n}_{\lambda_2\,k\lambda}Y^{n-1\,\lambda_1}(\vec n_\xi)\,Y^{*n-1\,\lambda_2}(\vec n_\eta)\times$$

$$\times\delta_i^\mu\,\delta_k^\nu\,\langle 0|T\{J_\mu(x,\vec\xi)\bar J_\nu(0,\vec\eta)\}|0\rangle\,, \qquad (12)$$

где мы использовали выражения (6).

В дальнейшем воспользуемся швингеровской калибровкой [3] , в которой 4 - потенциал глюонного поля $A_\mu(x)$, рассматриваемого как "внешнее", выражается в виде ряда калибровочно-инвариантных членов

$$A_\mu(x)=\frac{1}{2}x_\rho G_{\rho\mu}(0)+\frac{1}{3}x_\rho x_\alpha D_\alpha G_{\rho\mu}(0)+\cdots\,, \qquad (13)$$

где $G_{\mu\nu}(0)=G^a_{\rho\mu}(0)\,\lambda^a/2$ - тензор напряженности глюонного поля.

Пропагатор кварка $S(x,y)$ и Р-экспонента в этой калибровке с точностью до членов $\sim G^2$ имеют вид:

$$S(x,y)=\frac{1}{2\pi^2}\frac{\hat z}{(z^2)^2}+\frac{i}{4\pi^2}\frac{\hat z}{(z^2)^2}y_\rho x_\mu G_{\rho\mu}(0)-$$

$$-\frac{1}{192\pi^2}\frac{\hat z}{(z^2)^2}(y^2x^2-(yx)^2)\,G_{\alpha\beta}G_{\alpha\beta}-\frac{1}{8\pi^2}\frac{z_\alpha}{z^2}\tilde G_{\alpha\beta}(0)\gamma_\beta\gamma_5+\cdots \qquad (14)$$

$$P\exp\Big[i\int_{x-\xi}^{x+\xi}\;_{\mu}(x')\,dx'_\mu\Big] = 1 + ig\int_{x-\xi}^{x+\xi}\frac{1}{2}x'_\rho\cdot G_{\rho\mu}(0)\,dx'_\mu -$$

$$- g^2/4\cdot\int_{x-\xi}^{x+\xi}(x'_{\rho_1}dx'_{\mu_1})\int_{x-\xi}^{x+\xi}(x'_{\rho_2}dx'_{\mu_2})\,G_{\rho_1\mu_1}(0)\,G_{\rho_2\mu_2}(0) + \dots$$ (I5)

Здесь $z = x-y$, $\widetilde{G}_{\alpha\beta}(0)=\frac{1}{2}\varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta}G_{\alpha\beta}$. Мы оставили в разложениях те члены, которые существенны для вычисления $\langle G^2\rangle$ - поправки. Траекторию, по которой ведется интегрирование, выберем прямой, что в теории струн соответствует пределу больших длин.

Тогда: $\int_{x-\xi}^{x+\xi} x'_\rho\,dx'_\mu = 2x_\rho\,\xi_\mu$.

Если подставить разложения (I4), (I5) в коррелятор $\Pi^n(q_0^2)$ то после взятия следов по цветовым и биспинорным индексам и некоторых упрощений мы получим :

$$\Pi^n(q_0^2) = i\int d^4x\, e^{iq_0 t}\int d^3\vec\xi\int d^3\vec\eta\cdot 4(\vec\xi^2\,\vec\eta^2)^n \times$$

$$\times\sum_{\lambda=-n}^{n}\;\sum_{\lambda_{1,2}=-n+1}^{n+1}\;\sum_{i,k=-1}^{1} C^{n-1\,1n}_{\lambda_1\,i\lambda}\;C^{n-1\,1n}_{\lambda_2\,k\lambda}\;\delta_i^\mu\,\delta_k^\nu\times$$

$$\times Y^{n-1\,\lambda_1}(\vec n_\xi)\;Y^{*\,n-1\,\lambda_2}(\vec n_\eta)\cdot\Big[(g_{\sigma\mu}g_{\delta\nu}+g_{\sigma\nu}g_{\delta\mu}-g_{\mu\nu})\frac{\alpha^\sigma\beta^\delta}{\alpha^4\beta^4}\times$$

$$\times\Big\{\frac{3}{\pi^4}+\frac{\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\rangle}{24\pi^2}\Big[4(\xi\alpha)^2-4\xi^2\alpha^2+4\xi^2(\alpha\beta)-$$

$$-4(\xi\alpha)(\xi\beta)+4(\alpha\beta)(\alpha\xi)-4\alpha^2(\beta\xi)+\frac{1}{2}\alpha^2\beta^2-\frac{1}{2}(\alpha\beta)^2\Big]\Big\}+$$ (I6)

$$+2\frac{\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\rangle}{24\pi^2}\;\delta^{\alpha\delta\rho}_{\mu\nu\sigma}\;\frac{\alpha_\alpha\,\beta_\rho\,\beta^\sigma\,\xi^\delta}{\alpha^2\beta^4}+$$

$$+\frac{1}{4}\;\frac{\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\rangle}{24\pi^2}\;\frac{(\alpha_\mu\beta_\nu+\alpha_\nu\beta_\mu+g_{\mu\nu}(\alpha\beta))}{\alpha^2\beta^2}\Big].$$

Здесь $\alpha = x+\eta-\xi$, $\beta=\eta-x-\xi$.

Первый член в фигурных скобках соответствует "голой" петле. Перейдя от переменных α_μ и β_μ к их фурье - образам и проинтегрировав по $d\vec n_\xi$, $d\vec n_\eta$, d^4K_1 , d^4x , получим для петли :

$$\Pi_0^n(q_0^2)=i(4\pi)^2\sum_{\lambda=-n}^{n}\;\sum_{\lambda_{1,2}=-n+1}^{n+1}\;\sum_{i,k=-1}^{1}C^{n-1\,1n}_{\lambda_1\,i\lambda}\;C^{n-1\,1n}_{\lambda_2\,k\lambda}\times$$

$$\times\int_0^\infty d|\vec\xi|\int_0^\infty d|\vec\eta|\cdot 4(|\vec\xi|^2|\vec\eta|^2)^{n+1}\cdot\int\frac{d^4K}{(2\pi)^4}\times$$

$$\times Y^{n-1\,\lambda_1}(\vec n_K)\;Y^{*\,n-1\,\lambda_2}(\vec n_K)\;j_{n-1}(2|\vec K||\vec\xi|)\,j_{n-2}(2|\vec K||\vec\eta|)\times$$

$$\times\frac{12\,(2K_iK_k+\delta_{ik}(K(K+q)))}{K^2(K+q)^2}.$$ (I7)

Здесь $\vec n_K=\frac{\vec K}{|\vec K|}$, $q_\mu=(q_0\,,0)$, индексами i и K обозначены пространственные составляющие импульса K_μ . При интегрировании по $\vec n_\xi$ и $\vec n_\eta$ мы воспользовались известным разложением:

$$e^{i\vec K\vec\tau}=4\pi\sum_{\ell=0}^{\infty}\sum_{m=-\ell}^{\ell}i^\ell\,Y_{n}(\vec n_K)\,Y_{\ell m}(\vec n_\tau)\,j_n(|\vec K||\vec\tau|)$$ (I8)

где $j_n(x)$ - сферическая функция Бесселя.

Можно проделать дальнейшие упрощения, если воспользоваться свойством сферических гармоник:

$$\sum_{\lambda_1=-n}^{n_1}\sum_{i=-1}^{1} C^{n_1\,1n}_{\lambda_1\,i\lambda}\,K^i\,Y^{n,\lambda_1}(\vec{n}_K)=\begin{cases} n_1=n-1;\ \left[\frac{n}{2n+1}\right]^{1/2}|\vec{K}|\,Y^{n\lambda}(\vec{n}_K)\\ n_1=n;\quad 0\\ n_1=n+1;\ -\left[\frac{n+1}{2n+1}\right]^{1/2}|\vec{K}|\,Y^{n\lambda}(\vec{n}_K)\end{cases} \qquad (19)$$

Тогда:

$$\Pi^n_o(q_o^2)=12i\,\frac{2n+1}{4\pi}\int_0^\infty d|\vec{\xi}|\int_0^\infty d|\vec{\eta}|\int\frac{d^4K}{(2\pi)^4}\,\frac{1}{K^2(K+q)^2}\times$$

$$\times\left(\left[\frac{2n}{2n+1}\right]|\vec{K}|+(K(K+q))\right)4(|\vec{\xi}|^2|\vec{\eta}|^2)^{\alpha+1}(4\pi)^2 j_{n-1}(2|\vec{K}||\vec{\xi}|)\,j_{n-1}(2|\vec{K}||\vec{\eta}|) \qquad (20)$$

Мнимая часть этого выражения легко вычисляется при $n\gg 1$:

$$\operatorname{Im}\Pi^n_o(q^2)=-\frac{3}{64\pi}\,q_o^4\int_0^\infty d|\vec{\xi}|\int_0^\infty d|\vec{\eta}|\,\frac{2n+1}{4\pi}(8\pi)^2(|\vec{\xi}|^2|\vec{\eta}|^2)^{\alpha+1}\times$$

$$\times j_{n-1}(q_o|\vec{\xi}|)\,j_{n-1}(q_o|\vec{\eta}|). \qquad (21)$$

В инвариантной записи это выражение имеет вид:

$$\operatorname{Im}\Pi^n_o(q^2)=-\frac{3}{64\pi}(q^2)^2\int_0^\infty d|\vec{\xi}|\int_0^\infty d|\vec{\eta}|\,(|\vec{\xi}|^2|\vec{\eta}|^2)^{\alpha+1}\times$$

$$\times(8\pi)^2\,\frac{2n+1}{4\pi}\,j_{n-1}\left(\sqrt{q^2|\vec{\xi}|^2}\right)j_{n-1}\left(\sqrt{q^2|\vec{\eta}|^2}\right). \qquad (22)$$

После интегрирования по $|\vec{\xi}|$ и $|\vec{\eta}|$ получим:

$$\operatorname{Im}\Pi^n_o(q^2)=-\frac{3}{64\pi}(q^2)^{-2\alpha-1}A^2_{n-1,\alpha}, \qquad (23)$$

где

$$A_{n-1,\alpha}=\sqrt{(2n+1)4\pi}\cdot 2^{-1}\sqrt{\pi}\,\frac{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}+\alpha\right)}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}-\alpha\right)}.$$

Оставим пока α нефиксированным и перейдем к вычислению глюонной поправки, вид которой позволит выбрать степень α такой, чтобы в окончательном выражении не было инфракрасно-расходящихся членов.

Так как нас интересует область больших n , то вычисления упрощаются. Можно показать, что коэффициенты перед глюонным конденсатом, зависящие только от α_μ и β_μ , того же порядка по n ,что и "голая" петля, а каждое ξ_μ , входящее помимо α_μ и β_μ в виде сомножителя в эти коэффициенты, добавляет лишнюю степень n . Учитывая это, в формуле (I6) мы ограничимся только членами, пропорциональными $\xi_\mu\,\xi_\nu$:

$$\Pi^n_{\langle G^2\rangle}(q_o^2)=i\int d^4x\,e^{iq_ot}\int d^3\vec{\xi}\int d^3\vec{\eta}\,4(\vec{\xi}^2\vec{\eta}^2)^\alpha\times$$

$$\times\sum_{\lambda=-n}^{n}\sum_{\lambda_{1,2}=-n+1}^{n-1}\sum_{i,k=-1}^{1}C^{n-1\,1n}_{\lambda_1\,i\lambda}\,C^{n-1\,1n}_{\lambda_2\,k\lambda}\,Y^{n-1\,\lambda_1}(\vec{n}_\xi)\,Y^{*n-1\,\lambda_2}(\vec{n}_\eta)\times$$

$$\times\delta^\mu_i\,\delta^\nu_k\,(g_{\sigma\mu}g_{\delta\nu}+g_{\sigma\nu}g_{\delta\mu}-g_{\sigma\delta}g_{\mu\nu})\,\frac{\alpha_\sigma\beta_\delta}{\alpha^4\beta^4}\,\frac{\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\rangle}{24\pi^2}\times \qquad (24)$$

$$\times\left(4(\xi\alpha)^2-4\xi^2\alpha^2+4\xi^2(\alpha\beta)-4(\alpha\xi)(\beta\xi)\right).$$

Проделав выкладки, аналогичные проведенным выше для кварковой петли, мы придем к следующему промежуточному результату:

$$\Pi^n_{\langle G^2\rangle}(q_o^2)=i\pi^2\,\frac{\langle\frac{\alpha_s}{\pi}G^2\rangle}{6}\,n^2A^2_{n-1,\alpha}\int\frac{d^4K}{(2\pi)^4}(|\vec{K}|^2)^{-2\alpha-1}\times$$

$$\times\left(-\frac{2}{K^2((K+q)^2)^2}+\frac{2(K(K+q))}{K^2((K+q)^2)^2|\vec{K}|^2}+\frac{4(K(K+q))}{K^4((K+q)^2)^2|\vec{K}|^2}+\right.$$

$$\left.+\frac{4(K(K+q))}{K^4((K+q)^2)^2}-\frac{4}{K^2(K+q)^2|\vec{K}|^2}\right). \qquad (25)$$

Здесь мы оставили только члены, пропорциональные n^2 , и воспользовались следующими соотношениями для сферических функций:

$$g_{\alpha'\delta}\, g^{i\delta} g^{\kappa\delta} K_{1\alpha} K_{2\delta} \frac{\partial}{\partial K_{2\alpha}} \frac{\partial}{\partial K_{2\alpha'}} Y^{n-1\,\lambda}(\vec{n}_{K_1+K_2}) = K_2^{\kappa} \frac{\partial}{\partial K_2^{l}} Y^{n-1\,\lambda}(\vec{n}_{K_1+K_2})$$

$$\sum_{\lambda_1=-n+1}^{n-1} \sum_{l=-1}^{1} C^{n-1\,1\,n}_{\lambda_1\, l\,\lambda} \frac{\partial}{\partial K^{l}} Y^{n-1\,\lambda_1}(\vec{n}_K) = (-n+1)\left[\frac{n}{2n+1}\right]^{1/2} \frac{1}{|\vec{K}|} Y^{n\,\lambda}(\vec{n}_K). \qquad (26)$$

Из выражения (25) следует, что при $\alpha > -1/2$ окончательный результат инфракрасно расходится. Инфракрасная расходимость в степенной поправке означает, что по одной из линий в соответствующей диаграмме течет малый импульс, и такая линия должна быть параметризована соответствующим вакуумным средним [4] . Положив $\alpha = -3/2$, мы избавимся от инфракрасной расходимости в коэффициенте при глюонном конденсате. Тогда, проинтегрировав по $d^4 K$, получим выражение:

$$\operatorname{Im} \Pi^{n}_{<G^2>}(q_0^2) = A^2_{n-1,-3/2}\, n^2 \frac{\pi}{48} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 > . \qquad (27)$$

Прямым вычислением можно показать, что коэффициенты при вакуумных средних $m_q < \bar{\Psi} \Psi >$ и $\alpha_s (< \bar{\Psi} \Psi >)^2$ равны нулю, если $n \geq 3$. Тогда с учетом "голой" петли и глюонной поправки мнимая часть коррелятора будет равна:

$$\operatorname{Im} \Pi^{n}(q^2) = \operatorname{Im} \Pi^{n}_{0}(q^2) + \operatorname{Im} \Pi^{n}_{<G^2>}(q^2) =$$

$$= -q^4 A^2_{n-1,-3/2} \frac{3}{64\pi}\left[1 - \frac{4}{9}\frac{n^2}{(q^2)^2} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >\right). \qquad (28)$$

Отсюда следует, что при $q^2 \gtrsim n^2$ имеет место кварк-адронная дуальность, т.е. вклад главной степенной поправки, связанный с глюонным конденсатом, мал по сравнению с вкладом "голой" петли, в отличие от случая локальных токов [5] , где возникала широкая область недуальности из-за сильного роста по n глюонной поправки.

Выражение (28) верно для случаев изоскалярного и изовекторного токов, поэтому свойство кварк-адронной дуальности позволяет применить SVZ - метод для вычисления наклонов ρ , ω , A_2 , f - траекторий.

Борелевский образ вычисленного коррелятора имеет вид:

$$\Pi^{n}(M^2) = -\frac{3}{32\pi^2} A^2_{n-1,-3/2}\, M^4\left(1 - \frac{2\pi^2 n^2}{9M^4} < \frac{\alpha_s}{\pi} G^2 >\right). \qquad (29)$$

Если насыщать правую - феноменологическую - сторону правил сумм резонансом с массой M_n и спином n и кварковым континуумом с порогом S_0 , то стандартная процедура, вычисленная параметром M_n^2 и S_0 в рамках SVZ - метода, приведет к результату:

$$\alpha'_a(0) \approx n/M_n^2 = (1 \pm 0{,}1)\ \text{ГэВ}^{-2}, \quad S_0/n = (1{,}5 \pm 0{,}2)\ \text{ГэВ}^2, \qquad (30)$$

где

$$a = \rho, \omega, A_2, f .$$

Заключение

Мы показали, что подходящий выбор нелокальных токов в качестве адронных источников позволяет распространить метод SVZ - правил сумм на случай мезонов с большими спинами и провести вычисления наклонов реджевских траекторий. Эти наклоны совпадают при $n \gg 1$ для ρ, ω, A_2 и f - траекторий и равны

$$\alpha'(0) = (1 \pm 0{,}1)\ \text{ГэВ}^{-2}.$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Shifman M., Vainstein A., Zakharov V. QCD and resonance physics. Nucl.Phys., 1979, vol.B147, p.385-448.
2. Бородулин В.И.,Зорин О.Л.,Пронько Г.П. и др. Одномодовое приближение в квантовой теории релятивистской струны. Струнное поле. Препринт ИФВЭ 84-202, Серпухов, 1984.
3. Швингер Д. Частицы, источники, поля. М.: Мир, 1978.
4. Novikov V.A., Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. Calculations in external fields in quantum chromodynamics. Technical Review. Moscow, preprint ITEP-140, 1983.
5. Шифман М.А. О кваркадронной дуальности для орбитальных возбуждений. ЯФ, 1982, т.36, с.1290.

Рукопись поступила 15 октября 1986 г.

А.А.ГРИГОРЯН,А.Э.ТЫУГУ

ВОЗБУЖДЕННЫЕ СПИНОВЫЕ СОСТОЯНИЯ МЕЗОНОВ В ПРАВИЛАХ СУММ КХД

Редактор Л.П.Мукаян
Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать 22/XII-86	ВФ-12476 Формат 60х84/16
Офсетная печать. Уч.изд.л. 1.0	Тираж 299 экз. Ц. 15 к.
Зак.тип. №664	Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте

Ереван 36, Маркаряна 2