SU 8807833

Препринт ЕФИ-982(32)-87

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
YEREVAN PHYSICS INSTITUTE

Э.А.БАБАХАНЯН, В.В.МУСАХАНЯН

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВАКУУМЕ

ЦНИИатоминформ
ЕРЕВАН — 1987

Նախնատիպ ԵФИ-982(32)-87

Է.Ա. ԲԱԲԱԽԱՆՅԱՆ, Վ.Վ. ՄՈՒՍԱԽԱՆՅԱՆ*

ԼԻՑՔԱՎՈՐՎԱԾ ՄԱՍՆԻԿԻ ՇԱՐԺՈՒՄԸ ՎԱԿՈՒՈՒՄՈՒՄ ՀԱՐԹ ԷԼԵԿՏՐԱՄԱԳՆԻՍԱԿԱՆ ԱԼԻՔԻ ԴԱՇՏՈՒՄ

Դասական էլեկտրադինամիկայի շրջանակներում հետազոտվել է ռելյատիվիստական լիցքավորված մասնիկի շարժումը վակուումում հարթ էլեկտրամագնիսական ալիքի դաշտում, մասնիկի կոորդինատի և իմպուլսի սկզբնական արժեքների վերադրումով: Քննարկված են ֆիզիկական հետևությունները, ինչպես նաև ցույց է տրված ստացված և գրականությունում հայտնի արդյունքների միջև եղած կապը:

Երևանի ֆիզիկայի ինստիտուտ

Երևան 1987

---

*ՀՍՍՀ ԳԱ Ֆիզիկական հետազոտությունների ինստիտուտ

Preprint ЕФИ-982(32)-87

E.A. BABAKHANYAN, V.V. MUSSAKHANYAN*

CHARGED PARTICLE MOTION IN THE FIELD OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE IN VACUO

Within the frameworks of classical electrodynamics the motion of a relativistic charged particle in the field of the plane electromagnetic wave in vacuo is considered with the use of initial values for the particle's coordinate and momentum. The physical consequences are discussed and the connection between the obtained solution and those known in the literature is shown.

Yerevan Physics Institute
Yerevan 1987

---

*Institute for Physical Research of Armenian Academy of Sciences

Препринт ЕФИ-982(32)-87

УДК 538.566:66.083

Э.А.БАБАХАНЯН, В.В.МУСАХАНЯН*

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВАКУУМЕ

В рамках классической электродинамики рассмотрено движение релятивистской заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны в вакууме с наложением начальных значений на координату и импульс частицы. Обсуждаются физические следствия и показана связь полученного решения с известными в литературе решениями.

Ереванский физический институт

Ереван 1987

*Институт физических исследований АН АрмССР

Введение

В данной работе в рамках классической электродинамики рассмотрено движение заряженной частицы в поле плоской электромагнитной волны. Проанализированы различные методы решения этой задачи.

В частности, показано, что для циркулярно поляризованной электромагнитной волны задание начальных условий в некоторый момент времени $t = t_0$ на импульс частицы определяет характер траектории частицы, которая является сложной спиралью с переменным шагом вдоль направления волнового вектора, что существенно отличается от обычно используемого решения той же задачи в специально выбранной системе координат, в которой траектория является окружностью ([I] , § 47, задача 2 и § 48, задача 3).

Анализ решения показал, что общее выражение для функции Гамильтона-Якоби, приведенное в [I] , не вызывает сомнения. Оказалось, что полученные в [I] решения (§ 48, задачи 2,3) в системе координат, где частица в среднем покоится, эквивалентны решению той же задачи в лабораторной системе, но для вполне конкретных начальных значений $\vec{p}_0$. Для этого необходимо в найденных решениях (3I), (34) приравнять начальные значения векторного потенциала в точке нахождения частицы $\vec{A}_1(\varphi_0)=\vec{A}\left[\frac{\omega}{c}(ct_0-x_0)\right]$ к начальному значению импульса $\frac{c\vec{p}_{0\rho}}{e}$ в плоскости, перпендикулярной движению волны. Это всегда можно сделать, поскольку векторный потенциал плоской электромагнитной волны определен с точностью до аддитивной постоянной. Однако эта процедура фиксирует выбор аддитивной постоянной векторного потенциала, связывая ее с начальным значением импульса $\vec{p}_0$. При этом теряется явный вид калибровочной инвариантности решения. Вследствие этого мы не можем использовать решения [I] для выяснения целого ряда вопросов, таких, например, как зависимость решений при заданных начальных данных от произвольной (постоянной) фазы векторного потенциала, а также применить решения [I] к частицам. имеющим некоторый разброс начальных скоростей и т.д. Помимо указанного выбора аддитивной постоянной векторного потенциала необходимо наложить также ограничения на начальный импульс частицы вдоль распространения волны, связав его со средним по периоду волны значением векторного потенциала. Эта процедура эквивалентна переходу в движущуюся систему координат вдоль направления распространения волны, в которой среднее значение импульса вдоль волны равно нулю, т.е. $\overline{p}_x = 0$. Эта процедура накладывает ограничение на среднее значение квадрата векторного потенциала, связывая его с начальным значением импульса частицы вдоль волны. Например, для движения в волне с круговой поляризацией решение [I] требует, чтобы начальный импульс вдоль волны p_{0x} равнялся нулю.

Таким образом, решения указанных задач в системе, в которой частица в среднем покоится, правильны, однако в этой системе должны выполняться приведенные ниже условия (36), (37), т.е. начальные и средние значения векторного потенциала связаны с начальным значением импульса частицы, что не всегда удобно при решении конкретных задач.

В то же время решения, свободные от этих ограничений и инвариантные к прибавлению к $\vec{A}$ аддитивной постоянной, могут быть легко выписаны (см.ниже формулы (3I) и (34)).

Для подтверждения приведенных выше рассуждений рассмотрим различные методы решения интересующей нас задачи.

I. Вначале рассмотрим движение заряженной частицы в поле циркулярно-поляризованной электромагнитной волны, используя обычные трехмерные уравнения движения.

Уравнения движения заряженной частицы в поле $\vec{E}$ и $\vec{H}$ имеют вид

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + \frac{e}{c}\left[\vec{v}\,\vec{H}\right], \quad \vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-(v/c)^2}}, \quad \varepsilon = \frac{mc^2}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \qquad (I)$$

Для электромагнитной волны циркулярной поляризации, распространяющейся вдоль оси x, с волновым вектором $K_x = K = \omega/c$, поля представляются следующим образом:

$$\vec{E} = (0, E_0 \sin\varphi, -E_0\cos\varphi), \qquad \vec{H} = [\vec{n}\,\vec{E}], \qquad (2)$$

где E_0 - амплитуда (действительная величина), а

$$\varphi = \omega t - kx + \delta \tag{3}$$

- фаза электромагнитной волны (δ - постоянная величина), уравнения (I) можно переписать для отдельных компонент в следующем виде:

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{e}{c}\left(\vec{v}\cdot\vec{E}(\varphi)\right) = \frac{1}{c}\cdot\frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\frac{dp_y}{dt} = eE_y(\varphi)\cdot\left(1 - v_x/c\right) \tag{4}$$

$$\frac{dp_z}{dt} = eE_z(\varphi)\left(1 - v_x/c\right).$$

Поскольку x и t , входящие в $E(\varphi)$, берутся на траектории частицы, имеем

$$d\varphi/dt = \omega\left(1 - v_x/c\right), \tag{5}$$

и уравнения (4) для поперечных компонент импульса можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dp_y}{dt} &= \frac{e}{\omega}\cdot E_y(\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}, \\ \frac{dp_z}{dt} &= \frac{e}{\omega}\cdot E_z(\varphi)\cdot\frac{d\varphi}{dt}. \end{aligned} \tag{6}$$

Для получения физического решения требуется наложение начальных условий на координату и импульс частицы при $t = t_0$:

$$\vec{x} = \vec{x}_0\ , \quad \vec{p} = \vec{p}_0 \tag{7}$$

поле, действующее на частицу при $t = t_0$, $\vec{x} = \vec{x}_0$, определяются величиной

$$\varphi_0 = \omega t_0 - kx_0 + \delta, \qquad \vec{E}(\varphi) = \vec{E}(\varphi_0). \tag{8}$$

Для выполнения указанных начальных условий систему необходимо специальным образом приготовить. Задание начальных условий в виде (7) и значения поля $\vec{E}(\varphi_0)$ может быть осуществлено в специально поставленных экспериментах, например, при влёте частицы в ограниченную в пространстве волну или при внезапном выбивании атомного электрона внешним фотоном в поле электромагнитной волны и т.д. В противном случае необходимо решать задачу с "включением" поля, что значительно осложнит (но в сущности не изменит) приведенные ниже рассуждения.

С помощью (7), (8) и (2) соотношения (6) можно проинтегрировать

$$p_y = p_{0y} + \frac{e}{\omega}\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} E_y(\varphi)\,d\varphi = p_{0y} - \frac{eE_0}{\omega}(\cos\varphi - \cos\varphi_0),$$

$$p_z = p_{0z} + \frac{e}{\omega}\int\limits_{\varphi_0}^{\varphi} E_z(\varphi)\,d\varphi = p_{0z} - \frac{eE_0}{\omega}(\sin\varphi - \sin\varphi_0). \tag{9}$$

Из соотношений (9) видно, что изменение поперечного импульса частицы определяется интегралом от напряженности поля, т.е. определяется эффективным значением напряженности.

Для импульса частицы вдоль направления распространения электромагнитной волны, т.е. для продольного импульса частицы в волне имеем

$$p_x = p_{ox} + \frac{mc}{\sqrt{1-(v/c)^2}} - \frac{mc}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}} \;, \qquad (I0)$$

откуда сразу получается инвариант

$$\frac{1 - v_x/c}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{1 - v_{ox}/c}{\sqrt{1-(v_0/c)^2}} \;. \qquad (II)$$

Из соотношений (4), (9) и (II) для продольного импульса частицы получаем

$$p_x = p_{ox} + mc\left(\frac{eE_0}{mc\omega}\right)^2 \cdot \frac{2\sin^2[(\varphi-\varphi_0)/2]}{(1-v_{ox}/c)/\sqrt{1-(v_0/c)^2}} \;. \qquad (I2)$$

При написании формулы (I2) для упрощения выражения мы приняли, что

$$p_{oy} = p_{oz} = 0 \;, \qquad (I3)$$

т.е. в начальный момент частица движется вдоль направления распространения волны.

Соотношение (I2) показывает, что в циркулярно поляризованной электромагнитной волне импульс частицы вдоль направления распространения волны есть периодическая функция от собственного времени, поскольку из (5) и (II) следует

$$\varphi - \varphi_0 = \omega \int_{t_0}^{t} (1 - v_x/c)\,dt = \frac{\omega(1 - v_{0x}/c)}{\sqrt{1 - (v_0/c)^2}} \int_{t_0}^{t} \sqrt{1-(v/c)^2}\,dt =$$

$$= \frac{\varepsilon_0 \omega}{mc^2}(1 - v_{0x}/c)\tau, \tag{I4}$$

где τ - собственное время:

$$\tau = \int_{t_0}^{t} \sqrt{1-(v/c)^2}\,dt. \tag{I5}$$

2. Точно такие же соотношения следуют и из решения релятивистского уравнения движения с учетом диэлектрических свойств среды [2] , если в выражении для 4-импульса частицы в волне p_μ из работы [2] совершить предельный переход к случаю вакуума. В этом пределе, используя соотношения (2) и (3) указанной работы, имеем

$$p_\mu = p_{0\mu} - \frac{e}{c}\left(A_\mu(\varphi) - A_\mu(\varphi_0)\right) + K_\mu \frac{2\frac{e}{c}p_0^\nu\left(A_\nu(\varphi) - A_\nu(\varphi_0)\right) - \frac{e^2}{c^2}\left(A_\nu(\varphi) - A_\nu(\varphi_0)\right)^2}{2p_0^\rho K_\rho} \tag{I6}$$

где $A_\mu^2 = A_\mu \cdot A^\mu$, $p_0^\mu = (\frac{\varepsilon_0}{c}, \vec{p}_0)$, $\mu, \nu = 0, I, 2, 3$, а выражение (5) можно переписать в виде ,тождественно совпадающем с соотношением (3) [2] в пределе $K_\mu K^\mu \to 0$:

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = p_0^\mu \cdot K_\mu = \frac{\varepsilon_0\omega}{mc^2}(1 - v_{0x}/c). \tag{I7}$$

Для циркулярно поляризованной волны, описываемой вектор-потенциалом

$$A_\mu(\varphi) = a_{1\mu}\cos\varphi + a_{2\mu}\sin\varphi\,, \tag{18}$$

где a связано с E_0 соотношением $a = cE_0/\omega$ и

$$a_{1\mu}^2 = a_{2\mu}^2 = a_\mu^2 = -\vec{a}^2; \quad ka_1 = ka_2 = a_1a_2 = k^2 = 0, \tag{19}$$

из (16) получаем выражение для импульса частицы вдоль направления распространения волны

$$p_x = p_{ox} + mc\left(\frac{e^2\vec{a}^2}{m^2c^4}\right)\cdot\frac{2\sin^2\left[\frac{\varepsilon_0\omega}{mc^2}(1-v_{ox}/c)\tau\right]}{(1-v_{ox}/c)/\sqrt{1-(v_0/c)^2}}\,, \tag{20}$$

а также выражения для p_y и p_z ($p_{oy} = p_{oz} = 0$),

$$p_y = -\frac{ea}{c}(\cos\varphi - \cos\varphi_0),$$

$$p_z = -\frac{ea}{c}(\sin\varphi - \sin\varphi_0),$$

в полном соответствии с (12), что вполне естественно, так как использование вектор-потенциала вместо полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ не должно приводить к физически новым результатам.

Заметим, что выражение (16), а также приведенное ниже выражение (31) справедливы и при $p_{oy} \neq 0$, $p_{oz} \neq 0$.

3. Рассмотрим теперь решение той же задачи, следуя методу, изложенному в [1] (§ 47, задача 2).

Решение уравнения Гамильтона-Якоби

$$g^{\mu\nu}\left(\frac{\partial S}{\partial x^{\mu}}+\frac{e}{c}A_{\mu}(\varphi)\right)\left(\frac{\partial S}{\partial x^{\nu}}+\frac{e}{c}A_{\nu}(\varphi)\right)=m^2c^2, \qquad (21)$$

где $\varphi = K_{\mu}\cdot x^{\mu}$, а K_{μ} - постоянный вектор, причем $K_{\mu}K^{\mu} = K_{\nu}^{2} = K^2 = 0$, ищем в виде

$$S=-f_{\mu}\cdot x^{\mu}+F(\varphi), \qquad (22)$$

где f_{μ} - постоянный вектор, который может зависеть от поля, как от параметра. Для свободной частицы A_{μ} = const и $f_{\mu} = f_{\mu}(\vec{E}=\vec{H}=0)=f_{\mu}^{(0)}$, где $f_{\mu}^{(0)}$ - импульс свободной частицы, $f_{\mu}^{(0)}\cdot f^{(0)\mu} = m^2c^2$. Однако в поле мы должны считать величину $f_{\mu}\cdot f^{\mu}$ постоянной, хотя и необязательно равной m^2c^2; как увидим ниже, это обстоятельство не изменяет решений, полученных в [I].

Напомним, что мы ищем такой интеграл уравнения Гамильтона--Якоби, который должен содержать только три произвольные постоянные, обозначенные через $\vec{æ}$ и γ.

Подставляя (22) в (23), получаем

$$\frac{e^2}{c^2}A_{\mu}(\varphi)\cdot A^{\mu}(\varphi)-2\gamma\cdot\frac{dF}{d\varphi}-2\frac{e}{c}f_{\mu}\cdot A^{\mu}(\varphi)=m^2c^2-f_{\mu}\cdot f^{\mu}, \qquad (24)$$

где

$$\gamma=f_{\mu}\cdot K^{\mu}. \qquad (25)$$

Интегрируя (24) по φ, имеем

$$F(\varphi)=\frac{f_\mu\cdot f^\mu-m^2c^2}{2\gamma}\cdot\varphi-\frac{e}{c\gamma}\int f_\mu\cdot A^\mu(\varphi)d\varphi+\frac{e^2}{2\gamma c^2}\int A_\mu(\varphi)A^\mu(\varphi)d\varphi, \tag{26}$$

и по формуле (22) восстанавливаем действие S :

$$S=-f_\mu\cdot x^\mu+\frac{f_\mu\cdot f^\mu-m^2c^2}{2\gamma}\cdot\varphi-\frac{e}{c\gamma}\int f_\mu A^\mu(\varphi)d\varphi+\frac{e^2}{2\gamma c^2}\int A_\mu(\varphi)A^\mu(\varphi)d\varphi.$$

Рассмотрим волну, распространяющуюся вдоль оси x,

$$\varphi=(ct-x)\omega/c+\delta;\quad K_x=K=\frac{\omega}{c};\quad \gamma=(f^0-f^1)K, \tag{27}$$

и обозначим через $\vec{\varkappa}$ двухмерный вектор (f_y, f_z). Тогда

$$\begin{aligned} f_\mu f^\mu &= (f^0)^2-(f^1)^2-\vec{\varkappa}^2,\\ f^0+f^1 &= \frac{f_\mu\cdot f^\mu+\vec{\varkappa}^2}{\gamma}K. \end{aligned} \tag{28}$$

Выбираем потенциал в калибровке $\vec{A}=(0, A_2, A_3)$, $A_0=0$, тогда (22) и (26) можно переписать в виде

$$S=\vec{\varkappa}\vec{r}-\frac{\gamma}{2K}(ct+x)-\frac{f_\mu\cdot f^\mu+\vec{\varkappa}^2}{2\gamma}\varphi+\frac{e}{c\gamma}\int\vec{\varkappa}\vec{A}(\varphi)d\varphi-\frac{e^2}{2\gamma c^2}\int\vec{A}^2(\varphi)d\varphi, \tag{29}$$

в полном соответствии с [I] , за исключением того, что величина $f_\mu \cdot f^\mu = \mathrm{const}$ не определена.

Используя (29) , определим импульсы p_μ по формуле $-\frac{\partial S}{\partial x^\mu} = p_\mu + \frac{e}{c} A_\mu$ ([I] (23.7)):

$$p_x = -\frac{\gamma}{2K} + K\frac{f_\mu f^\mu + \vec{\ae}^2}{2\gamma} - \frac{eK}{c\gamma}\vec{\ae}\vec{A}(\varphi) + \frac{e^2K}{2\gamma c^2}\vec{A}^2(\varphi),$$

$$p_{y,z} = \ae_{y,z} - \frac{e}{c}A_{y,z}(\varphi), \qquad \varepsilon = (\gamma\frac{c}{\omega} + p_x)c. \tag{30}$$

Соотношение $\varepsilon = c\sqrt{\vec{p}^2 + m^2c^2}$ автоматически выполнено, и решения (30) находятся в полном соответствии с [I] .

Выберем начальные условия при $t = t_0$, $\vec{r} = \vec{r}_0$, $\vec{p} = \vec{p}_0$. Тогда окончательно получим

$$p_x = p_{0x} - \frac{eK}{c\gamma}\vec{p}_0\left[\vec{A}(\varphi) - \vec{A}(\varphi_0)\right] + \frac{e^2K}{2\gamma c^2}\left[\vec{A}(\varphi) - \vec{A}(\varphi_0)\right]^2,$$

$$p_{y,z} = p_{0y,z} - \frac{e}{c}\left(A_{y,z}(\varphi) - A_{y,z}(\varphi_0)\right), \tag{31}$$

$$\frac{\varepsilon}{c} = \frac{\varepsilon_0}{c} - \frac{eK}{c\gamma}\vec{\ae}\left[\vec{A}(\varphi) - \vec{A}(\varphi_0)\right] + \frac{e^2K}{2c\gamma^2}\cdot\left[\vec{A}^2(\varphi) - \vec{A}^2(\varphi_0)\right],$$

где $\frac{\varepsilon_0}{c} = \gamma\cdot\frac{c}{\omega} + p_{0x}$.

Постоянные $\vec{\ae}$, γ и $f_\mu f^\mu$ (т.е. $f^0 + f^1$), входящие в (31), выражаются через $\vec{p}_0 = (p_{0x}, p_{0y}, p_{0z}) = (p_{0x}, \vec{p}_{0\rho})$, $\vec{A}(\varphi_0)$ по формулам

$$p_{0x} = -\frac{\gamma}{2\kappa} + \kappa\,\frac{f_\mu f^\mu + \vec{æ}^2}{2\gamma} - \frac{\kappa e}{c\gamma}\,\vec{æ}\,\vec{A}(\varphi_0) + \frac{e^2\kappa}{2\gamma c^2}\,\vec{A}^2(\varphi_0) =$$

$$= -\frac{\gamma}{2\kappa} + \frac{\kappa}{2\gamma}\left(f_\mu f^\mu + \vec{p}_{0\rho}^{\,2}\right);$$

$$æ_{y,z} = p_{0y,z} + \frac{e}{c}A_{y,z}(\varphi_0), \qquad (32)$$

$$\gamma = \kappa\left(\frac{\varepsilon_0}{c} - p_{0x}\right).$$

Соотношения (3I) находятся в полном согласии с выражением (I6), если $\vec{æ}$ и γ выразить, согласно (32), через $\vec{p}_0 = (p_{0x}, p_{0y}, p_{0z})$ и $A_{y,z}(\varphi_0)$.

Для нахождения траектории частицы проинтегрируем выражение (3I), воспользовавшись соотношением

$$\vec{p} = \gamma\, d\vec{r}/d\varphi, \qquad (33)$$

тогда имеем

$$y - y_0 = \left(p_{0y} + \frac{e}{c}A_y(\varphi_0)\right)\frac{\varphi-\varphi_0}{\gamma} - \frac{e}{c\gamma}\int_{\varphi_0}^{\varphi} A_y(\varphi)\,d\varphi,$$

$$z - z_0 = \left(p_{0z} + \frac{e}{c}A_z(\varphi_0)\right)\frac{\varphi-\varphi_0}{\gamma} - \frac{e}{c\gamma}\int_{\varphi_0}^{\varphi} A_z(\varphi)\,d\varphi, \qquad (34)$$

$$x - x_0 = \left(p_{0x} + \frac{e\kappa}{c\gamma}\,\vec{æ}\vec{A}(\varphi_0)\right) - \frac{e}{c\gamma}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\vec{A}^2(\varphi)\,d\varphi\,\frac{\varphi-\varphi_0}{\gamma} -$$

$$- \frac{e\kappa\vec{æ}}{c\gamma^2}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\vec{A}(\varphi)\,d\varphi + \frac{e^2\kappa}{2\gamma^2c^2}\cdot\int_{\varphi_0}^{\varphi}\vec{A}^2(\varphi)\,d\varphi.$$

Обратим внимание на то, что соотношения (3I) и (34) инвариантны к преобразованию $\vec{A}(\varphi)+\vec{b}$, где $\vec{b}$ - постоянный вектор.

Рассмотрим решения в специальной системе координат, где частица в среднем покоится.

Выберем решения так, чтобы выполнялось

$$\overline{\vec{\varkappa}} = 0 \ , \quad \overline{P}_x = 0 \ , \tag{35}$$

где черта означает усреднение по периоду волны.

Усредняя по периоду первое уравнение из (3I), получим

$$P_{ox} = -\frac{e^2 K}{2\gamma c^2}\left[\overline{\vec{A}^2(\varphi)} - \vec{A}^2(\varphi_o)\right] . \tag{36}$$

Условие $\overline{\vec{\varkappa}} = 0$ связывает начальное значение импульса $\vec{P}_{o\rho}$ с аддитивной постоянной векторного потенциала

$$\vec{P}_{o\rho} = -\frac{e}{c}\vec{A}(\varphi_o) . \tag{37}$$

Таким образом, система, в которой частица в среднем покоится, соответствует заданию начальных данных (36) , (37). Этим фиксируется произвольная аддитивная постоянная векторного потенциала и среднее значение по периоду.

Из (32), (36) и (37) следует, что

$$\gamma^2 = K^2 m^2 \cdot c^2 + \frac{e^2}{c^2}\cdot K^2 \cdot \overline{\vec{A}^2(\varphi)} . \tag{38}$$

Решения для $\vec{p}$ примут вид

$$\vec{p}_\rho = -\frac{e}{c}\vec{A}(\varphi),$$

$$p_x = \frac{e^2 k}{2\gamma c^2}\cdot\left[\vec{A}^2(\varphi_0) - \overline{\vec{A}^2(\varphi)}\right]. \tag{39}$$

Траектория частицы определяется в параметрическом виде

$$y - y_0 = -\frac{e}{c\gamma}\int_{\varphi_0}^{\varphi} A_y(\varphi)\,d\varphi, \qquad z - z_0 = -\frac{e}{c\gamma}\int_{\varphi_0}^{\varphi} A_z(\varphi)\,d\varphi,$$

$$x - x_0 = -\frac{e^2 k}{2\gamma c^2}\cdot\vec{A}^2(\varphi_0)(\varphi - \varphi_0) + \frac{e^2 k}{2\gamma c^2}\int_{\varphi_0}^{\varphi}\vec{A}^2(\varphi)\,d\varphi, \tag{40}$$

$$\omega(t - t_0) = \varphi - \varphi_0 + k(x - x_0).$$

Формулы (39) и (40) совпадают с формулами (3) и (4) работы [I] , (§ 47, задача 2). Это означает , что формулы (3) и (4) работы [I] справедливы при начальных условиях (36) и (37) в лабораторной системе координат.

Проверим это заключение на примерах, рассмотренных в [I] (§ 48, задачи 2,3):

А. Рассмотрим задачу 2 о движении заряженной частицы в поле линейно поляризованной электромагнитной волны, описываемой вектор-потенциалом

$$A_y = A = -\frac{cE_0}{\omega}\sin\varphi, \qquad E = E_0\cdot\cos\varphi. \tag{4I}$$

Из выбора (36) и (37) автоматически следуют начальные условия $P_{oz} = 0$, $P_{oy} = -\frac{c}{\omega} E_o \sin\varphi_o$, $P_{ox} = -\frac{c^2 E_o^2}{2\gamma^2 \omega} \cos 2\varphi_o$, где γ определяется выражением (38). Легко видеть, что решения, приведенные в [2] , удовлетворяют этим условиям.

В этом случае решения (39), (40) имеют вид [I]:

$$P_y = -\frac{eE_o}{\omega} \sin\varphi , \qquad P_z = 0,$$

$$P_x = \frac{e^2 K}{2\gamma} \cdot \frac{E_o^2}{\omega^2} \cdot \left[\sin^2\varphi - \frac{1}{2}\right] = -\frac{e^2 E_o^2}{2\gamma c\omega} \cdot \cos 2\varphi .$$

Б. Рассмотрим задачу 3 в случае движения частицы в волне с циркулярной поляризацией. В [I] выбран векторный потенциал в следующем виде

$$A_y = -\frac{cE_o}{\omega} \sin\varphi , \qquad A_z = \frac{cE_o}{\omega} \cos\varphi .$$

Из (40) имеем

$$x = x_o , \ y = y_o - \frac{cE_o}{\gamma\omega}(\cos\omega t - 1), \quad z = z_o - \frac{cE_o}{\gamma\omega} \sin\omega t ,$$

$$P_x = 0 , \quad P_y = \frac{cE_o}{\omega} \sin\varphi , \quad P_z = -\frac{cE_o}{\omega} \cos\varphi ,$$

$$\gamma^2 = K^2 \cdot m^2 \cdot c^2 + \frac{e^2 K^2}{\omega^2} \cdot E_o^2 .$$

При решении использованы условия (36) , (37). Приведенное решение тождественно решению [I] (№ 48, задача 3).

В заключение авторы выражают глубокую благодарность М.Л.Тер-Микаеляну за постоянное внимание и ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М.: Наука, 1973.

2. Mussakhanyan V.V. Charged Particle Motion in a Medium along an Electromagnetic Wave.-Phys.Lett., 1979, vol.70A, No.4, p.313-314.

Рукопись поступила 20 мая 1987 г.

Э.А.БАБАХАНЯН, В.В.МУСАХАНЯН

ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В ВАКУУМЕ

Редактор Л.П.Мукаян
Технический редактор А.С.Абрамян

Подписано в печать I7/УП-87г. ВФ-02485 Формат 60х84/I6
Офсетная печать. Уч.изд.л. I,0 Тираж 299 экз.Ц. I5 к.
Зак.тип.№ 430 Индекс 3624

Отпечатано в Ереванском физическом институте
Ереван 36, Маркаряна 2

The address for requests:
Information Department
Yerevan Physics Institute
Markaryan St., 2
Yerevan, 375036
Armenia, USSR

индекс 3624

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ