Заказ 96 ВФ 03043 Тираж 250
Множительно - копировальный сектор Ереванского физического института. Ереван-36 Маркаряна-2

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕРФИ-ТФ-I(68)

В.А.ДЖРБАШЯН

# О МАГНИТНЫХ МОМЕНТАХ БАРИОНОВ СОГЛАСНО SU(6)

ЕРЕВАН 1968

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕРФИ-ТФ-I(68)

В.А.ДЖРБАШЯН

# О МАГНИТНЫХ МОМЕНТАХ БАРИОНОВ СОГЛАСНО SU(6)

ЕРЕВАН 1968

## А Н Н О Т А Ц И Я

Вычислены квадраты магнитных моментов барионного 56-плета в ненарушенной симметрии SU(6). Для протона предсказание, исходящее из предположения, что оператор магнитного момента преобразуется как $(\underline{8},\underline{3})$ член представления $\underline{35}$, не согласуется с имеющимися измерениями.

## A B S T R A C T

The squares of magnetic moments of the baryon 56-plet are calculated in the unbroken symmetry SU(6). The prediction for the proton, assuming that the magnetic moment operator is transformed as a $(\underline{8},\underline{3})$ term of the $\underline{35}$ representation, does not agree with the available measurements.

Бег и другие /1/ и Сакита /2/ впервые отметили полезность использования SU(6) для определения магнитных моментов барионов. Они предположили, что оператор магнитного момента преобразуется как (8,3) член представления 35. Отсюда, наряду с известными соотношениями Колемана и Глешоу /3/, для барионного октета вытекает дополнительно

$$\mu_n / \mu_p = -\frac{2}{3}, \qquad \text{(1)}$$

что находится в согласии с экспериментом. Для магнитных моментов барионного декуплета со спином 3/2 Бег и др. получили

$$\mu_{10} = Q \mu_p \qquad \text{(2)}$$

Соотношения (1), (2), первоначально выведенные тензорным методом /1,2/ и в модели кварков /4/, легко получаются также при использовании теоремы Вигнера-Эккарта с коэффициентами* Клебша-Гордана SU(6).

Оператор магнитного момента $M_q$ выбирается в виде

$$M_q = T^{35}_{8,3;q,010} + \frac{1}{\sqrt{3}} T^{35}_{8,3;q,000}, \qquad \text{(3)}$$

где $T^{\lambda}_{\mu,\sigma;q,YII_z}$ есть оператор с размерностями неcводимых представлений SU(6), SU(3) и SU(2) равными $\lambda$, $\mu$, $\sigma$ соответственно.

Величины $Y$, $I$, $I_z$ представляют /5/ квантовые числа SU(3), а число $q$ связано с проекциями спина, так что

$$M_0 = M_z, \qquad \text{(4a)}$$

$$M_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (M_x \pm i M_y). \qquad \text{(4б)}$$

---

*См. приложение, параграф 2.

Однако выбор $M_q$ в виде (3) приводит не только к соотношениям (I) и (2), где магнитный момент бариона $\mu_B$ есть диагональный матричный элемент оператора $M_0$ между состояниями с максимальной проекцией спина $m$. Например, $\mu_p = \langle p, m=\frac{1}{2} | M_0 | p, m=\frac{1}{2} \rangle$. Отличными от нуля получаются также некоторые недиагональные матричные элементы между компонентами декуплета и октета. Обозначая

$$\langle B_8, m=\tfrac{1}{2} | M_0 | B_{10}, m=\tfrac{1}{2} \rangle \equiv \langle B_8 | M | B_{10} \rangle ,$$

для магнитных моментов перехода будем иметь из (3)

$$-\langle p | M | N^{*+} \rangle = \langle \Sigma^+ | M | Y^{*+} \rangle = -\langle n | M | N^{*0} \rangle = -\tfrac{2}{3} \langle \Lambda | M | Y^{*0} \rangle =$$

$$= 2 \langle \Sigma^0 | M | Y^{*0} \rangle = \langle \Xi^0 | M | \Xi^{*0} \rangle = \tfrac{2}{3}\sqrt{2}\, \mu_p , \qquad (5)$$

$$\langle \Sigma^- | M | Y^{*-} \rangle = \langle \Xi^- | M | \Xi^{*-} \rangle = 0 . \qquad (6)$$

Первые 4 момента перехода соотношения (5) отличаются от приведенных в обзоре Пайса /6/ знаком, а от полученных в работе /I/ кроме того степенью -I коэффициента перед $\langle \Lambda | M | Y^{*0} \rangle$.

Остальные, а также /6/ совпадают.

Величина $\langle p | M | N^{*+} \rangle$ была оценена из данных фотообразования пиона на протоне в области 33 резонанса. Бег и др. /I/ из анализа данных Гурдина и Салина /7/ получили

$$|\langle p | M | N^{*+} \rangle| \cong 1{,}6 \times \tfrac{2}{3}\sqrt{2}\, \mu_p , \qquad (7)$$

что согласно (5) соответствует сечению в 2,5 раза большему, чем предсказывает SU(6).

Позднее Далиц и Сутерленд /8/ получили значение ближе к предсказанию SU(6) :

$$|\langle p | M | N^{*+} \rangle| = (1{,}28 \pm 0{,}02) \times \tfrac{2}{3}\sqrt{2}\, \mu_p . \qquad (8)$$



Однако, если учесть, что согласно их расчетам взаимодействие, нарушающее симметрию SU(6), приводит к уменьшению теоретического значения $|\langle p | M | N^{*+} \rangle|$ до $0{,}79 \times \frac{2}{3}\sqrt{2}\, \mu_p$, то экспериментальное сечение остается опять примерно в 2,5 раза больше предсказываемого теорией.

Кроме того они показали, что такая же ситуация имеет место для данных электророждения обусловленного также $\langle p | M | N^{*+} \rangle$. В этой статье мы остановимся на одном эффекте, где также проявляется несогласованность с экспериментом предсказываемого SU(6) симметрией магнитного момента перехода.

Квадрат* магнитного момента согласно (4а), (4б) есть

$$\vec{M}^2 = \sum_q (-1)^q M_q M_{-q} . \qquad (9)$$

Используя выражение (3), рассмотрим матричный элемент оператора (9), между протонными состояниями с проекциями спинов $m'$ и $m$, который при $m' = m$ соответствует квадрату магнитного момента протона.

$$\langle p, m' | \vec{M}^2 | p, m \rangle = S_1 + S_2 , \qquad (10)$$

где

$$S_1 = \sum_{q\, m''} (-1)^q \langle p, m' | M_q | p, m'' \rangle \langle p, m'' | M_{-q} | p, m \rangle , \qquad (11)$$

$$S_2 = \sum_{q\, m''} (-1)^q \langle p, m' | M_q | N^{*+}, m'' \rangle \langle N^{*+}, m'' | M_{-q} | p, m \rangle . \qquad (12)$$

---

*Это есть обычная форма для квадрата вектора. Например, для момента количества движения $\vec{J}$, такая форма записи приводит к требуемому значению $\langle j'm' | \vec{J}^2 | jm \rangle = \hbar^2 j(j+1)\, \delta_{jj'}\, \delta_{mm'}$, если воспользоваться известным матричным элементом $\langle j'm' | J_q | jm \rangle = \hbar\, \delta_{jj'} [j(j+1)]^{1/2} \langle jm, 1q | j'm' \rangle$.

Таким образом симметрия SU(6) , наряду с чисто протонным членом $S_1$ , приводит также к вкладу магнитного момента перехода $S_2$ в матричный элемент квадрата магнитного момента.

Применяя теорему Вигнера-Эккарта имеем

$$S_1 = \sum_{q\,m''} (-1)^q \sqrt{3}\,\mu_p \langle \tfrac{1}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m' \rangle \sqrt{3}\,\mu_p \langle \tfrac{1}{2} m, 1 -q \,|\, \tfrac{1}{2} m'' \rangle =$$

$$= 3\mu_p^2 \sum_{q\,m''} \langle \tfrac{1}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m' \rangle \langle \tfrac{1}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m \rangle = 3\mu_p^2 \delta_{m'm}, \qquad (13)$$

где $\langle \tfrac{1}{2} m, 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m' \rangle$ есть коэффициент К.Г. SU(2) .

Отметим, что (13) соответствует принятым до SU(6) представлениям о магнитном моменте. Именно, согласно этим представлениям /9/ вектор $M_B$ магнитного момента частицы $B$ со спином $\vec{J}$ можно написать в виде

$$\vec{M}_B = \left(\frac{\mu_B}{J}\right)\vec{J} . \qquad (14)$$

Так, что $\langle p, m = \tfrac{1}{2} \,|\, M_z \,|\, p, m = \tfrac{1}{2} \rangle = \mu_p$ как в SU(6),

но $\langle p, m' \,|\, \vec{M}^2 \,|\, p, m \rangle = \left(\frac{\mu_p}{\frac{1}{2}}\right)^2 \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}+1\right)\delta_{m'm}$ , что

соответствует только части (13) предсказания SU(6) .

Для второго члена в выражении (10) аналогично находим

$$S_2 = \sum_{q\,m''} (-1)^q\, 2\sqrt{\tfrac{2}{3}}\,\mu_p \langle \tfrac{3}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m' \rangle \left(-\tfrac{2}{\sqrt{3}}\mu_p\right) \langle \tfrac{1}{2} m, 1 -q \,|\, \tfrac{3}{2} m'' \rangle =$$

$$= \frac{8}{3}\mu_p^2 \sum_{q\,m''} \langle \tfrac{3}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m' \rangle \langle \tfrac{3}{2} m'', 1 q \,|\, \tfrac{1}{2} m \rangle = \frac{8}{3}\mu_p^2 \delta_{m'm}, \qquad (15)$$

что в сумме с (13) согласно (10) дает

$$\langle p, m' \,|\, \vec{M}^2 \,|\, p, m \rangle = \frac{17}{3}\mu_p^2 \delta_{m'm}, \qquad (16)$$



т.е. величину в $\frac{17}{9}$ раз большую, чем получается по формуле (14). Квадрат магнитного момента протона измерен. Например, Лазарев и Шубников /10,11/ измерили его по ядерной парамагнитной восприимчивости $\chi$ водорода при очень низких температурах, воспользовавшись его выражением из закона Кюри*

$$\chi = \frac{J(J+1)\,(\mu_B/J)^2}{3kT} N , \qquad (17)$$

где $N$ - число ядер в единице объема, а $J(J+1)(\mu_B/J)^2$ - собственное значение квадрата магнитного момента, подставленное согласно формуле (14).

Из сравнения с экспериментом формулы (17), для магнитного момента протона $\mu_p$ было получено значение, которое с достаточной точностью совпадает со значениями для $\mu_p$ , полученными резонансным методом молекулярных пучков, методом измерения расщепления сверхтонкой структуры и другими методами, в которых измеряется не квадрат момента $\vec{M}^2$ , а посредством взаимодействия с магнитным полем $W = -\vec{M}\cdot\vec{H}$ его проекция $M_z = M_0$ .

Таким образом предсказание SU(6) для квадрата магнитного момента протона, выражающееся формулой (16), в природе не реализуется.

Аналогично рассмотренному случаю для протона, можно найти предсказания SU(6) для остальных членов барионного 56-плета.

Для октета имеет место

$$\frac{3}{17}\langle p \,|\, \vec{M}^2 \,|\, p \rangle = \frac{3}{17}\langle \Sigma^+ \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Sigma^+ \rangle = \frac{1}{4}\langle n \,|\, \vec{M}^2 \,|\, n \rangle = \frac{1}{4}\langle \Xi^0 \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Xi^0 \rangle =$$

$$= \frac{1}{2}\langle \Sigma^0 \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Sigma^0 \rangle = \frac{3}{10}\langle \Lambda \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Lambda \rangle = 3\langle \Sigma^- \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Sigma^- \rangle = 3\langle \Xi^- \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Xi^- \rangle =$$

$$= -\frac{\sqrt{3}}{2}\langle \Sigma^0 \,|\, \vec{M}^2 \,|\, \Lambda \rangle = \mu_p^2 . \qquad (18)$$

---

* См. Приложение параграф 1.

Для декуплета со спином $\frac{3}{2}$ оказывается, что не только проекция /I/магнитного момента, но и его квадрат определяется за рядом частицы $Q$

$$\langle B_{10} | \vec{M}^2 | B_{10} \rangle = \left( Q^2 + \frac{2}{3} Q + \frac{4}{3} \right) \mu_p^2 . \qquad (19)$$

Для отрицательных компонент 56-плета и $N^{*++}$, которые не имеют матричных элементов перехода, как легко убедиться, формула (I4) остается в силе.

Заметим, что оператор $\vec{M}^2$ диагонален не только относительно проекций спина, как это следует из формулы (I6). Матричные элементы переходов декуплет - октет также оказываются равными нулю

$$\langle B_8 | \vec{M}^2 | B_{10} \rangle = 0 . \qquad (20)$$

Автор благодарит участников теоретического семинара Ереванского физического института за полезные обсуждения.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

### I . Вывод формулы Ланжевена в SU(6)

Магнитная восприимчивость по определению /12/ есть отношение магнитного момента единицы объёма к напряженности поля

$$\chi = \frac{N}{H} \langle M_z \rangle . \qquad (\text{П}.1)$$

Учитывая, что статистический вес состояния ядра с проекцией магнитного момента $M_z = \frac{\mu m}{J}$ пропорционален $\exp[am]$, где $a = \frac{\mu H}{J k T}$, для $\chi$ в первом приближении получим

$$\chi = \frac{N k T \sum_m am \exp[am]}{H^2 \sum_m \exp[am]} \approx \frac{N k T \sum_m am(1+am)}{H^2 \sum_m (1+am)} = \qquad (\text{П}.2)$$

$$= \frac{N k T\, a^2 \sum_m m^2}{H^2 \sum_m 1} = \frac{N k T\, a^2 \frac{1}{3} J(J+1)(2J+1)}{H^2\, (2J+1)} .$$

Соотношение(П.2)представляет квантовомеханический вывод формулы( 17 ) .



С целью получения формулы, заменяющей в SU(6) это выражение Ланжевена для закона Кюри, мы должны исходить из того /I3, I4 / , что среднее значение наблюдаемой $O$ ,когда мы имеем дело со статистическими ансамблями, получается использованием матрицы плотности $\rho$ .

$$\langle O \rangle = Tr[O\rho] / Tr[\rho] . \qquad (\text{П}.3)$$

В частности матрица плотности для системы в температурном равновесии при температуре $T$ дается посредством

$$\rho = \exp[-\mathcal{H}/kT] , \qquad (\text{П}.4)$$

где $\mathcal{H}$ полный гамильтониан системы, который вообще говоря* может иметь также недиагональные элементы.

Для протона магнитная восприимчивость есть

$$\chi = \frac{N}{H} \langle p | M_z | p \rangle . \qquad (\text{П}.5)$$

Воспользовавшись формулой (П.3) мы можем найти среднее значение проекции магнитного момента

$$\langle p | M_z | p \rangle = \frac{\sum_m \langle pm | M_z \rho | pm \rangle}{\sum_m \langle pm | \rho | pm \rangle} . \qquad (\text{П}.6)$$

В первом приближении с учетом магнитного момента перехода имеем:

$$\sum_m \langle pm | \rho | pm \rangle \approx \sum_m \langle pm | 1 + \frac{H}{kT} M_z | pm \rangle = 2 , \qquad (\text{П}.7)$$

---

* См.например,случай поляризации ядер,через сверхтонкую связь /I4,I5/ .

$$\sum_m \langle pm|M_z\rho|pm\rangle \approx \sum_m \langle pm|M_z(1+\frac{H}{kT}M_z)|pm\rangle =$$

$$=\frac{H}{kT}\sum_m \langle pm|M_z^2|pm\rangle = \frac{H}{kT}\Big\{\sum_{mm'}\big[\langle pm|M_z|pm'\rangle\times$$

$$\times\langle pm'|M_z|pm\rangle + \langle pm|M_z|N^{*+}m'\rangle\langle N^{*+}m'|M_z|pm\rangle\big]\Big\}=$$

$$=\frac{H}{kT}\Big\{\sum_{mm'}\big[\sqrt{3}\mu_p\langle \tfrac12 m',10|\tfrac12 m\rangle\sqrt{3}\mu_p\langle \tfrac12 m,10|\tfrac12 m'\rangle+$$

$$+2\sqrt{\tfrac23}\mu_p\langle \tfrac32 m',10|\tfrac12 m\rangle\left(-\tfrac{2}{\sqrt3}\mu_p\right)\langle \tfrac12 m,10|\tfrac32 m'\rangle\big]\Big\}=$$

$$=\frac{H}{kT}\left[2\mu_p^2+\frac{16}{9}\mu_p^2\right]=\frac{34}{9}\frac{H}{kT}\mu_p^2. \qquad (П.8)$$

Записав этот результат в виде

$$\chi=\frac{\frac{17}{3}\mu_p^2}{3kT}N, \qquad (П.9)$$

нетрудно убедиться, что выражение в числителе представляет несогласующийся с экспериментом квадрат магнитного момента протона (I6), связанный со средним квадратом проекции соотношением спектроскопической стабильности /I2/ $\cos^2\theta=\frac13$ .

## 2. Коэффициенты Клебша - Гордана группы SU(6)

Теорема Вигнера - Эккарта для группы SU(6) позволяет выделить в явной форме зависимость матричного элемента тензорного оператора $T^{(\lambda_2)}_{\eta_2}$ между базисными состояниями $\phi^{(\lambda_1)}_{\eta_1}$ и $\phi^{(\lambda)}_{\eta}$ от квантовых чисел $\eta_1$, $\eta_2$, $\eta$ . В обозначениях формулы (3) $\eta$ есть совокупность квантовых чисел $\mu$, $\sigma=2S+1$, $S_z$, $Y$, $I$, $I_z$ , классифицирующих состояния внутри несводимого представления $\lambda$ .



согласно /I6,I7,I8/ этой теореме

$$\langle\phi^{(\lambda)}_{\eta}|T^{(\lambda_2)}_{\eta_2}|\phi^{(\lambda_1)}_{\eta_1}\rangle=\sum_{\gamma'}\langle\lambda\|T^{(\lambda_2)}\|\lambda_1\rangle_{\gamma'}\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda_2&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_1&\eta_2&\eta\end{pmatrix}, \qquad (П.I0)$$

где $\langle\lambda\|T^{(\lambda_2)}\|\lambda_1\rangle_{\gamma'}$ есть сведенный матричный элемент, а $\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda_2&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_1&\eta_2&\eta\end{pmatrix}$ коэффициент Клебша-Гордана группы SU(6) . Последний равен

$$\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda_2&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_1&\eta_2&\eta\end{pmatrix}=\sum_{\gamma}\left(\begin{matrix}\lambda_1&\lambda_2\\ \mu_1\sigma_1&\mu_2\sigma_2\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}\\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)\langle S_1S_{1z},S_2S_{2z}|SS_z\rangle\times$$

$$\times\left(\begin{matrix}\mu_1&\mu_2\\ Y_1I_1&Y_2I_2\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\mu_\gamma\\ YI\end{matrix}\right)\langle I_1I_{1z},I_2I_{2z}|II_z\rangle. \qquad (П.I1)$$

Здесь $\left(\begin{matrix}\lambda_1&\lambda_2\\ \mu_1\sigma_1&\mu_2\sigma_2\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}\\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)$ есть унитарный скалярный фактор, а $\left(\begin{matrix}\mu_1&\mu_2\\ Y_1I_1&Y_2I_2\end{matrix}\middle|\begin{matrix}\mu_\gamma\\ YI\end{matrix}\right)$ изоскалярный фактор, произведение которого с коэффициентом К.Г. SU(2) $\langle I_1I_{1z},I_2I_{2z}|II_z\rangle$ представляет коэффициент /5/ К.Г. SU(3) . Принимая во внимание поведение функций $\phi^{(\lambda)}_{\eta}$ при преобразованиях /I6,I9/ группы SU(6) и обращения времени, нетрудно получить следующие свойства симметрии *.

$$\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda_2&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_1&\eta_2&\eta\end{pmatrix}=\xi_1'\begin{pmatrix}\lambda_2&\lambda_1&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_2&\eta_1&\eta\end{pmatrix}, \qquad (П.I2)$$

$$\left(\begin{matrix}\lambda_1&\lambda_2\\ \mu_1\sigma_1&\mu_2\sigma_2\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}\\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)=\xi_1'\xi_1(-)^{S_1+S_2-S}\left(\begin{matrix}\lambda_2&\lambda_1\\ \mu_2\sigma_2&\mu_1\sigma_1\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}\\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right), \qquad (П.I2а)$$

$$\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda_2&\lambda_{\gamma'}\\ \eta_1&\eta_2&\eta\end{pmatrix}=\xi_2'(-)^{S_2+S-S_{2z}-S_z+I_{1z}+Y_1/2}\left(\frac{N_\lambda}{N_{\lambda_2}}\right)^{1/2}\begin{pmatrix}\lambda_1&\lambda^*&\lambda^*_{2\gamma''}\\ \eta_1&-\eta&-\eta_2\end{pmatrix}, \qquad (П.I3)$$

$$\left(\begin{matrix}\lambda_1&\lambda_2\\ \mu_1\sigma_1&\mu_2\sigma_2\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}\\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)=\xi_2'\xi_2(-)^{S_1+S_2-S}\left(\frac{N_\lambda N_{\mu_2}\sigma_2}{N_{\lambda_2}N_\mu\sigma}\right)^{1/2}\left(\begin{matrix}\lambda_1&\lambda^*\\ \mu_1\sigma_1&\mu^*\sigma\end{matrix}\middle\|\begin{matrix}\lambda^*_{2\gamma''}\\ \mu^*_{2\gamma''}\sigma_2\end{matrix}\right), \qquad (П.I3а)$$

---

* Для случая (П.I2а) в работе /I8/ приведено соотношение. Его правая часть, однако, содержит лишнюю зависимость от изоспинов.

$$\begin{pmatrix}\lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_{\gamma'} \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta\end{pmatrix} = \xi_3' (-)^{S_1+S_2-S} \begin{pmatrix}\lambda_1^* & \lambda_2^* & \lambda_{\gamma'}^* \\ -\eta_1 & -\eta_2 & -\eta\end{pmatrix}, \qquad (\text{П.I4})$$

$$\left(\begin{matrix}\lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}\lambda_{\gamma'} \\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right) = \xi_3'\,\xi_3 \left(\begin{matrix}\lambda_1^* & \lambda_2^* \\ \mu_1^*\sigma_1 & \mu_2^*\sigma_2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}\lambda_{\gamma'}^* \\ \mu_\gamma^*\sigma\end{matrix}\right). \qquad (\text{П.I4а})$$

В формулах (П.I2) - (П.I4а) через $-\eta$ обозначена совокупность квантовых чисел $-\eta \equiv (\mu^*, \sigma, -S_z, -Y, I, -I_z)$. Фазы $\xi_i \equiv \xi_i(\mu_1, \mu_2, \mu_\gamma)$, $(i = 1, 2, 3)$ относящиеся к SU(3) приведены в статье /I6/ Сварта. Они определяются обобщением условия Кондона-Шортли.
Аналогично, $\xi_i' \equiv \xi_i'(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_{\gamma'})$, $(i = 1, 2, 3)$, относящиеся к SU(6), как к целому, определяются рассмотрением наивысшего состояния представления $\lambda$. Суть процедуры заключается в том, что для него коэффициент К.Г. SU(6) с наивысшими возможными $I_{12}$, $I_1$, $I_2$, $S_{12}$, $S_1$, $S_2$ выбирается положительным.

В работах /I7,I8/ табулированы значения унитарного скалярного фактора $\left(\begin{matrix}\lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}\lambda_{\gamma'} \\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)$. Их абсолютные величины, использованные в этой статье, в обеих таблицах совпадают. Однако, к сожалению в некоторых случаях эти значения отличаются знаком. Это в частности проявляется в том, что значения работы /I8/ в отличие от значений работы /I7/ приводят к неправильному результату $\mu_{10} = -Q\,\mu_p$ вместо выражения (2). Кроме того, обе таблицы приводят к антиэрмитовости оператора магнитного момента относительно переходов декуплет-октет:

$$\langle B_8 | M_z | B_{10} \rangle = -\langle B_{10} | M_z | B_8 \rangle = -\langle B_{10} | M_z | B_8 \rangle^*.$$

Поэтому возникает необходимость проверки знаков используемых значений $\left(\begin{matrix}\lambda_1 & \lambda_2 \\ \mu_1\sigma_1 & \mu_2\sigma_2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}\lambda_{\gamma'} \\ \mu_\gamma\sigma\end{matrix}\right)$.

Значение квадрата магнитного момента (I0) зависит лишь от относительного знака факторов $\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 10,4 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8,2\end{matrix}\right)$ и $\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 10,4\end{matrix}\right)$. Используя соотношения (П.I2а) (П.I3а) и (П.I4а) нетрудно получить



$$\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 10,4 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8,2\end{matrix}\right) = \xi_2(10,8,8)\,\xi_1(10,8,8)\,\xi_2(8,10,8)\,\xi_3(8,8,10^*)\times$$

$$\times\,\xi_2'(56,35,56)\,\xi_1'(56,56^*,35)\,\xi_2'(56^*,56,35)\,\xi_3'(56^*,35,56^*)\times$$

$$\times\sqrt{\frac{5}{2}}\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 10,4\end{matrix}\right). \qquad (\text{П.I5})$$

Подставляя в (П.I5) конкретные значения определенных выше $\xi_i$ и $\xi_i'$ /$i$ =I,2,3/, из которых последние вычислены с помощью формул (П.I2) -(П.I4), придем к соотношению

$$\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 10,4 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8,2\end{matrix}\right) = (-)(+)(+)(+)(-)(+)(-)(-)\sqrt{\frac{5}{2}}\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 10,4\end{matrix}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{5}{2}}\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 10,4\end{matrix}\right). \qquad (\text{П.I6})$$

Выражение (П.I6) обеспечивает эрмитовость оператора магнитного момента в SU(6). Кроме того, вместе с коэффициентами /5/ К.Г. SU(3), SU(2) и абсолютными значениями /I7,I8/ $\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 10,4 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8,2\end{matrix}\right)$, $\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 10,4\end{matrix}\right)$ оно приводит к результатам (I5), (I6), (I8), (I9), (П.8), (П.9) для квадрата магнитного момента.
Можно определить также абсолютные знаки унитарных скалярных факторов. Воспользуясь формулой (П.I2а) получим

$$\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 10,4 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8,2\end{matrix}\right) = 2\sqrt{\frac{3}{5}}\left(\begin{matrix}56 & 56^* \\ 10,4 & 8,2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}35 \\ 8,3\end{matrix}\right). \qquad (\text{П.I7})$$

Относящийся к наивысшему состоянию представления $\lambda$ = 35 фактор $\left(\begin{matrix}56 & 56^* \\ 10,4 & 8,2\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}35 \\ 8,3\end{matrix}\right)$ согласно определению, приведенному в начале этого параграфа, положителен и равен $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$. Для факторов соответствующих переходам октет-октет можем принять значения

$$\left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8_s,2\end{matrix}\right) = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{и} \quad \left(\begin{matrix}56 & 35 \\ 8,2 & 8,3\end{matrix}\,\right\|\left.\begin{matrix}56 \\ 8_a,2\end{matrix}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{5}}$$

работы /I7/ поскольку они совместно с предыдущим приводят к правильному знаку в формуле (2). Эти значения вместе с полученным $\left(\begin{matrix} 56 & 35 \\ 10,4 & 8,3 \end{matrix} \middle\| \begin{matrix} 56 \\ 8,2 \end{matrix}\right)$ приводят к результатам (5).

Отметим, что использование табличных /I7,I8/ значений

$$\left(\begin{matrix} 56 & 35 \\ 10,4 & 8,3 \end{matrix} \middle\| \begin{matrix} 56 \\ 8,2 \end{matrix}\right) \quad \text{и} \quad \left(\begin{matrix} 56 & 35 \\ 8,2 & 8,3 \end{matrix} \middle\| \begin{matrix} 56 \\ 10,4 \end{matrix}\right)$$

привело бы, например, для протона к квадрату магнитного момента $\frac{1}{3}\mu_p^2$, вместо (I6), что также не согласуется с экспериментом.

## Литература


1 M.A.B. Beg, B.W. Lee, A. Pais. Phys. Rev. Lett., 13, 514, 1964.
2 B. Sakita. Phys. Rev. Lett., 13, 643, 1964.
3 S. Coleman, S.L. Glashow. Phys. Rev. Lett., 6, 423, 1961.
4 Б.В. Струминский. Препринт Р-I939, ОИЯИ, I965.
5 P. McNamee, F. Chilton. Rev. Mod. Phys., 36, 1005, 1964.
6 A. Pais. Rev. Mod. Phys., 38, 215, 1966.
7 M. Gourdin, Ph. Salin. Nuovo Cimento, 27, 193, 1963.
8 R.H. Dalitz and D.G. Sutherland. Phys. Rev., 146, 1180, 1966.
9 Н.Ф. Рамзей. В "Экспериментальной Ядерной Физике" том I, под ред. Э. Сегре, ИЛ, Москва, I955, стр. 302.
10 Там же, стр. 352.
11 Б. Лазарев, Л. Шубников. Sow. Phys., 11, 445, 1937.
12 J.H. Van Vleck. The theory of electric and magnetic susceptibilities, Oxford University Press, 1959.
13 R.C. Tolman. The principles of statistical mechanics, Oxford University Press, 1948, p. 347.
14 A. Simon, M.E. Rose, J.M. Jauch. Phys. Rev., 84, 1155, 1951.
15 V.A. Djrbashian. Nucl. Phys., A 103, 177, 1967.
16 J.J. de Swart Rev. Mod. Phys., 35, 916, 1963.
17 L. Schulke. Zeits. Physik, 183, 424, 1965.
18 C.L. Cook, G. Murtaza. Nuovo Cimento, 39, 531, 1965.
19 Е. Вигнер. Теория групп, ИИЛ, I96I, стр. 4I0.


Рукопись получена 23 января I968 г.