

ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱԿԱՆ ԻՆՏԻՏՈՒՏ  
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-ТФ-13(70)

*Г.М.Гарибян*

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

АРУС



ԵՐԵՎԱՆ

1970

ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-ТФ-13(70)

Г.М.ГАРИБЯН

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЕРЕХОДНОГО  
ИЗЛУЧЕНИЯ

---

ЕРЕВАН

1970

Дан краткий обзор современного состояния теории и эксперимента переходного излучения. Изложен простой вывод формул переходного излучения для случаев одной границы раздела сред, пластины и стопки пластин. Полученные формулы проанализированы главным образом для рентгеновского переходного излучения \*).

---

\*). Приглашенный доклад на Международной конференции по аппаратуре в физике высоких энергий. 8-12 сентября 1970г., Дубна.

### Введение

В 1946 г. Гинзбургом и Франком [1] теоретически было предсказано, что равномерно движущаяся заряженная частица может испустить излучение при переходе из одной среды в другую. Этим было установлено существование нового типа излучения, названного переходным, которое может быть образовано при любых скоростях движения частицы. Другое важное свойство этого излучения состоит в том, что если одной из сред является вакуум, то в этом случае переходное излучение несёт на себе "отпечаток" поля частицы в вакууме и, в частности, зависимость этого поля от энергии частицы. При этом крайне важно, что отмеченная только что зависимость переходного излучения от энергии частицы, в отличие от черенковского излучения, является ненасыщающейся при больших энергиях. Как было отмечено в нобелевской лекции Франка [2], с точки зрения частиц высоких энергий это свойство является наиболее привлекательным и оно послужило одной из причин появления в последние годы значительного числа теоретических и экспериментальных исследований переходного излучения.

Ниже сделана попытка дать, с охватом всей существующей литературы, краткий обзор состояния теории и эксперимента по переходному излучению. Пункт I посвящен экспериментальным исследованиям этого излучения. В п.2 показано как строго решается простейшая задача теории переходного излучения и выведены основные свойства излучения. В п. 3 с помощью нестрогого, но простого способа для ультра-релятивистских частиц выводится решение, как при наличии одной границы раздела сред, так и в случае пластины. В п.4 этим же методом получено решение для стопки пластин и указаны основные свойства этого решения. В п.5 упомянуты все те аспекты теории переходного излучения, которые были изучены и опубликованы в литературе. Ввиду большого объема материала и ограниченных размеров статьи, автор вынужден в основном ограничиться лишь перечислением работ без разбора материала и критических замечаний. Впрочем, все это читатель может найти в оригинальных работах.

#### I. Экспериментальные исследования.

Как это не удивительно, но, по-видимому, впервые экспериментально переходное излучение было обнаружено еще в 1919 г. Лилиенфельдом [3] при бомбардировке металлической поверхности электронами с энергиями в несколько кэв. Однако механизм образования излучения остался тогда нераскрытым и эти работы были бы совершенно забыты, если бы на них не было обращено внимание в [4].

После появления теоретической работы [1], экспериментально переходное излучение было обнаружено почти одновременно Чудаковым в СССР (см. [2]) и Джелли, Эллиотом и Голдсмитом в Англии

(см. [2], [5]). Первая опубликованная работа принадлежит Голдсмит и Джелли [6], которые наблюдали переходное излучение, образованное медленными протонами, при пролете через металлические фольги. В 1957-1961 годах Михалык [7] исследовал переходное излучение, образованное электронами с энергиями в несколько кэв.

С другой стороны, в начале шестидесятых годов появились две экспериментальные работы [8], [9], в которых исследовалось электромагнитное излучение, возникающее при пролете электронов через тонкие пленки серебра. Эти работы были инициированы теоретической работой Феррелла [10], согласно которой электроны должны образовывать в металлических фольгах продольные волны (плазмон), которые затем в вакууме трансформируются в поперечные электромагнитные волны. Однако, Силин и Фетисов [11], [12] показали, что в условиях эксперимента [8], [9] могло быть обнаружено только переходное излучение (см. также [4]). В последующей, затем работе Ричи и Элдриджа [13] было установлено, что теория Феррелла является некоторым частным случаем теории переходного излучения (см. также [14], [15], [15a]).

После этого было проведено большое число экспериментальных работ [4], [16] - [29], в которых было обнаружено оптическое переходное излучение от электронов с энергиями до, примерно, 100 кэв. Из этих исследований следует, что теория и эксперимент находятся в удовлетворительном согласии друг с другом, если не считать аномалии, возникающей при скользящем падении заряда на поверхность серебра [30] - [34]. Эти вопросы хорошо освещены в обзоре Франка [35], а также отмечены в работе [36], по наклонному влету заряда в вещество. Чтобы не возвращаться больше

к скользящему падению электронов, отметим что полученную в работах [30] - [32] большую величину интенсивности излучения связывают в [30] - [31] с возбуждением поверхностных плазменных волн, которые могут излучаться в вакуум лишь при условии, что поверхность серебра не является идеальной плоскостью [37] - [39]. В работе [40] автор показывает, что использование новых граничных условий, учитывающих плазменные волны в металле, не может объяснить явлений при скользящем падении. С другой стороны, в работах [33], [34] в которых используются в том числе результаты теоретической работы [41], утверждается, что все излучение при скользящем падении можно объяснить с помощью обычного переходного и тормозного излучений. Таким образом, в этом вопросе пока нет полной ясности (см. также [40 а] и приведенную там литературу).

Наконец, обратимся к экспериментам по переходному излучению с ультра-релятивистскими частицами. Излучение в оптической части спектра было исследовано в работах Юаня с сотрудниками [42], [43], в которых был наблюден логарифмический рост интенсивности излучения с энергией частицы (см. также [44], [44а]). В работе [45] был предложен метод угловой дискриминации, который позволяет в оптической области частот усилить зависимость интенсивности излучения от энергии частицы. Этот метод был затем экспериментально проверен в работах [46], [47] (см. также [48]), а в работе [49] обсуждена возможность создания детектора частиц высоких энергий с помощью оптического переходного излучения (см. также [50]).

Возможность экспериментального обнаружения рентгеновского переходного излучения и его использования была высказана Али-

ханяном в 1960г. и тогда же был предложен проект соответствующего эксперимента [51]. Затем рентгеновское переходное излучение от ультра-релятивистских частиц было наблюденно в работах [52], [53] в которых была реализована идея эксперимента, предложенного в [51]. В работах [54], [54а] рентгеновское переходное излучение детектировалось с помощью германиевого детектора (см. также [54 б, в, г]), в [55], [55а] с помощью кристалла  $\text{CsI}$ . В работе [56] Алиханян, Лорикян и другие наблюдали рентгеновское переходное излучение с помощью стримерной камеры, причем зависимость числа квантов от энергии частицы оказалась линейной.

## II. Теоретическое рассмотрение.

Обратимся теперь к решению задачи о переходном излучении (см. рис. I). Поля заряда в каждой из сред известны - это решения уравнений Максвелла для точечного заряда, движущегося с постоянной скоростью  $v$ . Например, электрическое поле заряда, разложенное в трехкратный интеграл Фурье, в первой и во второй среде (индексы 1 и 2) имеет вид:

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{r}, t) = \int \vec{E}_{1,2}(\vec{k}) e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} d\vec{k}$$

$$\vec{E}_{1,2}(\vec{k}) = \frac{ei}{2\pi^2} \cdot \frac{1}{\epsilon_{1,2}(\omega)} \cdot \frac{\frac{\omega}{c^2} \chi_{1,2} \vec{v} - \vec{k}}{\kappa^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \chi_{1,2}}, \quad (I)$$

где  $\omega = \vec{k}\vec{v} = \kappa_2 v$ ,  $d\vec{k} = d\vec{\omega} d\kappa_2$ ,  $\kappa^2 = \kappa_1^2 + \frac{\omega^2}{v^2}$ ,  $\chi_{1,2} = \epsilon_{1,2} \mu_{1,2}$ ,  $c$  - скорость света,  $\epsilon_{1,2}(\omega)$  и  $\mu_{1,2}(\omega)$  - диэлектрическая и магнитная проницаемости первой и второй среды, а частица предполагается движущейся вдоль оси  $z$ .

Однако нетрудно убедиться, что электрические поля (I) и соответствующие им магнитные поля не удовлетворяют на границе раздела сред условиям непрерывности соответствующих компонент полей и индукций. Для того, чтобы эти условия удовлетворялись необходимо к полям заряда в каждой из сред добавить решения однородных уравнений Максвелла с произвольными коэффициентами Фурье и определить их затем из условий непрерывности на границе раздела сред. Это и будут поля переходного излучения. Таким образом, все дело сводится к подходящему выбору решений однородных уравнений Максвелла. В качестве таковых, например, во второй среде возьмем, следуя [57]:

$$\vec{E}'_2(\vec{r}, t) = \int \vec{E}'_2(\vec{k}) e^{i(\vec{\alpha}\vec{r} + \lambda_2 z - \omega t)} d\vec{k} \quad (2)$$

где  $\vec{r}$  и  $\vec{\alpha}$  есть компоненты векторов  $\vec{r}$  и  $\vec{k}$  в плоскости  $x, y$ . Нетрудно видеть, что интеграл (2) будет действительно решением однородных уравнений Максвелла во второй среде при произвольном  $\vec{E}'_2(\vec{k})$ , если  $\lambda_2^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_2 - \alpha^2$ . С другой стороны, из сравнения с (I) видно, что выбор полей излучения в виде (2) позволяет отбросить в уравнениях, вытекающих из условий непрерывности, все интегралы и в результате эти условия сводятся к системе алгебраических уравнений для коэффициентов Фурье полей переходного излучения в обеих средах. Мы не будем здесь ни выписывать эту систему, ни решать её, так как все это несложно и проделано в [57] (см. также [58]), а приведем окончательный результат.

В том случае, когда частица движется из вакуума в среду с  $\epsilon_2 = \epsilon$  и  $\mu_2 = 1$ , мы для потока вектора Пойнтинга переходного излучения, испущенного в вакуум в телесный угол  $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\varphi$  за все время пролета частицы, получаем выражение:

$$\frac{dS}{d\Omega} = \frac{e^2 \beta^2 \sin^2 \vartheta \cos^2 \vartheta}{\pi^2 c (1 - \beta^2 \cos^2 \vartheta)^2} \int_0^\infty \frac{(\epsilon - 1)(1 - \beta^2 + \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta})}{(\epsilon \cos \vartheta + \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta})(1 + \beta \sqrt{\epsilon - \sin^2 \vartheta})} d\omega \quad (3)$$

где  $\vartheta$  — есть угол, составляемый радиус-вектором, направленным в точку наблюдения с отрицательным направлением оси  $z$  (см. рис. I), а  $\beta = \frac{v}{c}$ . Эта формула другим расчетным путем была впервые получена Гинзбургом и Франком [I] (см. также [59] — [61]). В крайне — релятивистском случае из формулы (3) видно, что излучение имеет резкий максимум в направлении  $\vartheta \sim \sqrt{1 - \beta^2}$  и в результате [I]:

$$S = \frac{e^2}{\pi c} \int \left( \frac{\sqrt{\epsilon - 1}}{\sqrt{\epsilon + 1}} \right)^2 \left( \ln \frac{2}{1 - \beta^2} - 1 \right) d\omega \quad (4)$$

Из последних двух формул видно также, что спектральное распределение интенсивности переходного излучения, испущенного назад, охватывает ту область частот, где  $\epsilon(\omega)$  заметно отлично от единицы, т.е. оптическую область частот.

Исследуем теперь переходное излучение, испускаемое крайне — релятивистской частицей в направлении своего движения. Ясно, что соответствующая формула может быть получена из (3), если сделать в ней замену  $\beta \rightarrow -\beta$ . Существенное изменение претерпит при этом только вторая скобка в знаменателе выражения, стоящего под знаком интеграла, а именно, она превратится в

$(1 - \beta \sqrt{1 - \sin^2 \vartheta})$ . Это означает, что эта скобка при  $\vartheta \rightarrow 0$  может стать малой, если  $\beta \rightarrow 1$ , т.е. область испускаемых частот в крайне-релятивистском случае увеличится за счет частот значительно больших чем оптические [62], [63], так как в рентгеновской области частот  $\varepsilon(\omega) = 1 - \frac{\sigma}{\omega^2}$ , где  $\sigma = \frac{4\pi n e^2}{m}$  есть квадрат плазменной частоты,  $n$  - число электронов в единице объёма,  $m$  - масса электрона (случай когда  $\beta \rightarrow 1$  в оптической области рассмотрен в [64]).

Запишем формулу (3) с  $\beta \rightarrow -\beta$ , в случае крайне-релятивистских частиц и рентгеновского переходного излучения в следующем виде, который нам понадобится для п.3:

$$\frac{dS}{d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2 c} \int \left( \frac{1}{1 - \beta^2 + \vartheta^2} - \frac{1}{1 - \beta^2 + \frac{\sigma}{\omega^2} + \vartheta^2} \right)^2 \vartheta^2 d\omega \quad (5)$$

причем мы перешли к приближению малых углов  $\vartheta$ , так как максимум в угловом распределении приходится на углы  $\vartheta \sim \sqrt{1 - \beta^2}$ . Если проинтегрировать это выражение по углам, то получим [65]:

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \left[ \left( \frac{1}{2} + \frac{\omega^2(1 - \beta^2)^2}{\sigma} \right) \ln \left( 1 + \frac{\sigma}{(1 - \beta^2)\omega^2} \right) - 1 \right] \quad (6)$$

Из последней формулы следует, что существует граничная частота

$$\omega_{gr} = \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (7)$$

такая, что

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{2e^2}{\pi c} \ln \frac{\omega_{gr}}{\omega} \quad \text{при} \quad \omega \ll \omega_{gr} \quad (8)$$

$$\frac{dS}{d\omega} = \frac{2}{6\pi c} \left( \frac{\omega_{gr}}{\omega} \right)^4 \quad \text{при} \quad \omega \gg \omega_{gr}$$

Наконец, если проинтегрировать формулу (6) по всему бесконечному интервалу частот, то получим [63]:

$$S = \frac{1}{3} \cdot \frac{e^2 \sqrt{\sigma}}{c \sqrt{1 - \beta^2}}, \quad (9)$$

т.е. испущенная в переходное излучение интенсивность линейно зависит от энергии частицы (см. также [66]).

### III. Рентгеновское переходное излучение от одной пластины.

Мы выведем сейчас формулу (5) другим способом (см. также [65], [67], [68]), который помимо своей простоты обладает еще и тем достоинством, что легко обобщается на случай пластины и стопки пластин\*). Для этого рассмотрим поле, создаваемое системой движущихся зарядов, на расстояниях больших по сравнению с её собственными размерами. Хотя в нашем случае заряд движется из  $-\infty$  в  $+\infty$ , мы можем воспользоваться полем такой задачи, так как ясно, что излучение будет иметь место на конечном участке траектории в окрестности границы раздела сред. Согласно [69] энергия, излученная в элемент телесного угла  $d\Omega = \sin \vartheta d\vartheta d\varphi$  и в интервале частот  $d\omega$  равна

$$d\mathcal{E}_{\vec{n}, \omega} = \frac{c}{2\pi} |\vec{H}_\omega|^2 R_0^2 d\Omega \frac{d\omega}{2\pi}, \quad (10)$$

$$\vec{H}_\omega = e \frac{i\omega c}{c^2 R_0} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i(\omega t - \vec{r} \cdot \vec{e}_0(t))} [\vec{n} d\vec{r}_0] \quad (11)$$

\*) Строгое обоснование этого способа дано в [121].

где  $R_0$  - есть расстояние от точки, где имело место излучение (в нашем случае - пересечение траектории заряда с границей) до точки наблюдения,  $\vec{r}_0(t)$  - радиус - вектор заряда,  $\vec{n}$  - единичный вектор вдоль  $R_0$ ,  $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{n}$  - волновой вектор поля излучения. Формулы (I0) и (II) написаны для вакуума. Мы должны обобщить их не просто на случай среды, а на случай двух разных сред. Для этого вспомним, что если эти среды имеют плоскую границу раздела сред ( $z = const.$ ), то волновой вектор поля излучения  $\vec{k}$  - должен уже иметь своими компонентами величины  $\vec{\alpha}$ ,  $\lambda_1$  и  $\vec{\alpha}$ ,  $\lambda_2$  в первой и второй среде, соответственно (см. формулу (2),  $\lambda_{1,2}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon_{1,2} - \alpha^2$ ).

Второе обстоятельство, которое надо иметь в виду при обобщении формулы (II) заключается в том, что электромагнитное поле излучения, образовавшееся в одной из сред, при прохождении в другую среду будет претерпевать отражения и преломления, которые мы должны учесть с помощью соответствующих коэффициентов. Однако в нашей задаче кроме свободных полей есть также и поле частицы. Отсюда следует, что если пользоваться известными коэффициентами отражения и преломления для свободных полей, то предлагаемое обобщение формул (I0) и (II) даст правильные результаты только для переходного излучения ультра-релятивистских частиц, так как только в этом случае поле заряда близко к полю свободного излучения.

Итак, пусть частица движется из среды в вакуум и вычислим поле излучения, испускаемого вперед относительно направления движения частицы. Тогда движению заряда в веществе, согласно обобщенной формулы (II), будет соответствовать интеграл

$$v \sin \vartheta \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(1-\beta\sqrt{\epsilon-S^2\vartheta})\frac{\omega}{c}z} dz, \text{ а в вакууме } v \sin \vartheta \int_0^{\infty} e^{i(1-\beta \cos \vartheta)\frac{\omega}{c}z} dz.$$

Мы положили в этих интегралах  $\alpha = \frac{\omega}{c} \sin \vartheta$ , где  $\vartheta$  - есть угол, составляемый волновым вектором в вакууме с осью  $z$  ( $\vartheta'$  - определяет угол излучения в веществе). Из последних интегралов видно, что основной вклад в них вносят следующие участки пути заряда в среде  $z_{cp}$  и в вакууме  $z_{vak}$ :

$$z_{cp} = \frac{\frac{c}{\omega}}{1-\beta\sqrt{\epsilon-S^2\vartheta}}, \quad z_{vak} = \frac{\frac{c}{\omega}}{1-\beta \cos \vartheta}, \quad (12)$$

которые называются зонами формирования переходного излучения или длинами когерентности [2], [57].

Если учесть преломления и отражения волн и воспользоваться соответствующими законами, то можно получить формулы, являющиеся ультра-релятивистским пределом как формулы (3) с  $\beta \rightarrow -\beta$ , так и самой формулы (3), если вычислять этим методом излучение испущенное назад.

Мы, однако, не будем делать здесь этого и ограничимся только случаем рентгеновского переходного излучения, когда можно пренебречь отраженными волнами, т.е. считать коэффициенты прохождения равными единице и  $\vartheta = \vartheta'$ . Тогда из формул (I0) и (II) сразу получается формула (5) со всеми вытекающими из нее следствиями. Поэтому рассмотрим случай пролета ультра-релятивистской частицы через пластину толщины  $a$ , расположенную в ва-

кууме. Если воспользоваться коэффициентами прохождения излучения [70], которые в данном случае равны по абсолютной величине единицы и дают только сдвиг фазы, то имеющийся в формуле (II) интеграл будет равен

$$v \sin \vartheta \left\{ \int_{-\infty}^0 e^{i(1-\beta \cos \vartheta) \omega t} e^{i(\lambda - \lambda_0) a} dt + \int_0^{\frac{a}{v}} e^{i(1-\beta \sqrt{1-\sin^2 \vartheta}) \omega t} e^{i(\lambda - \lambda_0) a} dt + \int_{\frac{a}{v}}^{+\infty} e^{i(1-\beta \cos \vartheta) \omega t} dt \right\},$$

где  $\lambda_0^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \alpha^2$ . После несложных преобразований получим [71]

$$\frac{dS}{d\Omega} = \frac{e^2}{r^2 c} \int \left( \frac{1}{1-\beta^2 + \vartheta^2} - \frac{1}{1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2} \right)^2 \left[ 4 \sin^2 \frac{a\omega}{4v} (1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2) \right] d\omega \quad (13)$$

Нетрудно видеть, что если толщина пластин много больше зоны формирования переходного излучения в среде, то функция, стоящая в квадратных скобках под интегралом, обращается в 2 (при усреднении по небольшому интервалу частот), т.е. излучение пластины равно удвоенному излучению на одной границе. В том случае когда это условие не удовлетворяется в спектральном распределении переходного излучения имеют место осцилляции. Максимумы их приходятся на частоты [72],

$$\bar{\omega}_s = \frac{\omega_a''}{s + \frac{1}{2}}, \quad (14)$$

где  $\omega_a'' = \frac{a\sigma}{4\pi v}$ , а  $s$  — есть целые числа. Формула (14) имеет место при  $\omega_s \ll \omega_a'$ , где  $\omega_a' = \frac{4\pi v}{a(1-\beta^2)}$ . Формула (13) дает только рентгеновскую часть спектра переходного излучения ультра-релятивистской частицы. В общем случае

эта формула была получена Пафомовым [73] (см. также [70], [74] - [77]).

#### IV. Рентгеновское переходное излучение от стопки пластин.

Перейдем теперь к случаю стопки пластин и рентгеновского переходного излучения. Для этого рассмотрим сначала стопку, состоящую из двух пластин (рис. 2). Если воспользоваться для коэффициентов прохождения выражениями, следующими из работы [70], то интеграл, имеющийся в обобщенной формуле (II), запишется в виде:

$$v \sin \vartheta \left\{ \int_{-\infty}^0 e^{i(1-\beta \cos \vartheta) \omega t} e^{2i(\lambda - \lambda_0) a} dt + \int_0^{\frac{a}{v}} e^{i(1-\beta \sqrt{1-\sin^2 \vartheta}) \omega t} e^{2i(\lambda - \lambda_0) a} dt + \int_{\frac{a+b}{v}}^{+\infty} e^{i(1-\beta \cos \vartheta) \omega t} e^{i(\lambda - \lambda_0) a} dt + \int_{\frac{a}{v}}^{\frac{2a+b}{v}} e^{i(1-\beta \sqrt{1-\sin^2 \vartheta}) \omega t} e^{i(\lambda - \lambda_0)(2a+b)} dt + \int_{\frac{2a+b}{v}}^{\infty} e^{i(1-\beta \cos \vartheta) \omega t} dt \right\},$$

где  $b$  — расстояние между пластинами.

После соответствующих преобразований мы получаем формулу (13), но содержащую под интегралом дополнительный фактор

$$\frac{\sin^2 \left[ \left[ \left( \frac{\omega}{v} - \lambda \right) \frac{a}{2} + \left( \frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) \frac{b}{2} \right] 2 \right]}{\sin^2 \left[ \left( \frac{\omega}{v} - \lambda \right) \frac{a}{2} + \left( \frac{\omega}{v} - \lambda_0 \right) \frac{b}{2} \right]}$$

Очевидно, что в общем случае стопки, состоящей из  $N$  пластин, для интенсивности рентгеновского переходного излучения мы получим:

$$\frac{dS}{d\Omega} = \frac{e^2}{\pi c} \int \left( \frac{1}{1-\beta^2 + \vartheta^2} - \frac{1}{1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2} \right)^2 \left[ 4 \sin^2 \frac{a\omega}{4v} (1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2) \right] \left\{ \frac{\sin^2 \left[ \left[ \frac{a\omega}{4v} (1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2) + \frac{b\omega}{4v} (1-\beta^2 + \vartheta^2) \right] N \right]}{\sin^2 \left[ \frac{a\omega}{4v} (1-\beta^2 + \frac{\sigma^2}{\omega^2} + \vartheta^2) + \frac{b\omega}{4v} (1-\beta^2 + \vartheta^2) \right]} \right\} d\omega \quad (15)$$

Как уже говорилось, при выводе формулы (13) мы пренебрегли отраженным полем, считая коэффициент отражения малым. В случае же стопки пластин отражение имеет место на каждой пластине, поэтому в области применимости формулы (15) необходимо потребовать малость всего отраженного поля по сравнению с проходящим. Это приводит к условию

$$\frac{(\sqrt{\epsilon}-1)}{2} N \ll 1. \quad (16)$$

Формула (15) для переходного излучения, без условия (16), была получена Тер-Микаеляном и Газазяном [78], [79] и Гарибяном и Гольдманом [80]. В работах [78], [79], [81] это излучение было названо "резонансным".

При анализе формулы (15) естественно сравнивать среднее излучение, испускаемое одной пластиной из рассматриваемой стопки пластин, с излучением, образуемым на одной отдельной пластине, т.е. формулу (15), деленную на  $N$ , следует сравнить с формулой (13). Указанный анализ произведен в [72], и мы дадим лишь его результаты. Введем частоту  $\omega_p' = \frac{4\pi v}{\rho(1-\beta^2)}$ , где  $\rho = a + b$ . Тогда при  $\omega \gg \omega_p'$  и  $\rho \gg a$  имеет место независимое сложение интенсивностей излучения от всех пластин, т.е. среднее излучение на одной пластине равно излучению (13). Физически эти условия означают, что расстояния между пластинами много больше зоны формирования переходного излучения в вакууме. Для того, чтобы рассмотреть другие частоты заметим, что при  $\omega \ll \omega_p'$  и  $\omega \sim \omega_p'$  в спектральном распределении излучения (13), испускаемого с одной пластины, должны иметь место максимумы и минимумы, так как  $\omega_p' < \omega_a'$ . В работе [72], показано, во-первых, что макси-

мумы излучений как в стопке пластин, так и на одной пластине приходятся, примерно, на одни и те же частоты. Во-вторых, что если в области частот  $\omega \ll \omega_p'$  в среднем излучении, испускаемом с одной пластины, происходит уменьшение величин максимумов на частотах  $\bar{\omega}_s$  по сравнению с максимумами излучения, образуемого на одной пластине, то при  $\omega \sim \omega_p'$  и  $\rho \gg a$  величины этих максимумов становятся несколько больше чем в случае одной пластины.

Формула (15) была получена для рентгеновского переходного излучения крайне-релятивистских частиц и стопки, состоящей из  $N$  пластин. В общем случае излучения любой длины волны, частицы произвольной скорости и стопки, состоящей из конечного числа пластин, решения были получены в работах [70], [82] - [84] (см. также [85], [86]). Для безграничной слоистой среды точные решения выведены в [87]. То же самое для среды с периодически плавно меняющейся неоднородностью было получено в [88]. В работе [89] задача решена для безграничной среды и плавно меняющегося  $\epsilon(\omega)$  в том приближении, когда  $\epsilon(\omega)$  близко к единице. В [90] рассмотрена среда с периодически изменяющейся в пространстве плотностью в приближении малого изменения плотности среды, и, в частности, в случае рентгеновских частот получены два первых члена разложения в ряд поля излучения, которые были выведены другим способом в [89]. Случай тонкой стопки пластин рассмотрен в [91], а стопки просветленных пластин в [92]. В [93] дано формальное точное решение задачи для бесконечной периодической среды. Диэлектрическая среда, прослоенная тонкими металлическими фольгами, рассмотрена в работах [94], [95].

## У. Вопросы, связанные с переходным излучением.

В приведенном выше изложении теории переходного излучения был использован метод, в котором основную роль играют свободные поля в виде интеграла (2). Однако надо отметить, что все формулы теории переходного излучения были получены также и другим методом, основы которого были заложены еще в первой работе Гинзбурга и Франка [1]. Сущность этого метода заключается в том, что компонента Фурье поля движущегося заряда эквивалентна полю совокупности неподвижных диполей, расположенных вдоль траектории [96], а затем вводятся изображения этих диполей и применяется теорема взаимности. Дальнейшее развитие этого метода было осуществлено в работах Пафомова [97], [98].

Заканчивая это краткое изложение теоретических основ переходного излучения, мы не можем не отметить следующие его стороны.

Из формул (12) видно, что зона формирования переходного излучения в веществе, для ультра-релятивистских частиц может стать очень большой. Если она станет настолько большой, что частица начнет испытывать на этой длине многократное рассеяние, то теория переходного излучения должна быть соответствующим образом видоизменена [99]. Учету влияния многократного рассеяния на переходное излучение, при наличии одной, границы раздела сред, посвящены работы [100 - 104], при двух границах [105], [106], а в слоистой среде [107 - 108].

Другой вопрос связан с учетом теплового движения электронов среды, приводящего к пространственной дисперсии диэлектрической проницаемости. Ввиду того, что при этом появляются продольные

волны, граничных условий оказывается меньше неизвестных компонент поля. Можно ввести некоторые дополнительные условия и таким образом решать задачу [40], [109]. С другой стороны, Гилиным и Фетисовым [110] было показано, что недостающее граничное условие для компонент электрического поля может быть заменено граничным условием на функцию распределения электронов среды, если решать задачу в газовой-кинетическом приближении. В такой постановке задача о переходном излучении с учетом пространственной дисперсии была решена в работах [12], [111] - [113], а в гидродинамическом приближении в [114].

Влиянию размытости границы на образование переходного излучения посвящены работа Аматауни и Корхмазяна [115] и работа [116]. Переходное излучение дипольных моментов [117] и периодически следующих друг за другом ступок заряженных частиц [118] рассмотрено Аматауни. Образование переходного излучения при произвольном движении заряда и плоской границе раздела сред исследовано в работах [97], [98], [119] - [121], а в случае сферической границы раздела сред в [122]. Поля, возникающие при прохождении заряда через двухслойную, трехслойную и многослойную пластины даны в работах [123 - 125]. В работах [31], [36], [126] - [132] рассмотрено переходное излучение, образующееся при наклонном падении заряда на одну границу раздела сред, в [41], [133], [134] на пластину, а в [135] на стопку пластин.

Поля переходного излучения генерируемые на движущейся границе раздела сред, рассмотрены Барсуковым и Болотовским [136], на границе с изотропной оптически активной средой в [137], и на

границе с гиротройной ферромагнитной средой в [138]. Квантовая теория переходного излучения дана в [103], [139].

Наконец, в работе [140] рассмотрено излучение заряда, возникающее при движении в среде со случайными неоднородностями, в [141] в среде, параметры которой зависят от координат и времени по закону бегущей волны, а переходное излучение в волноводе исследовано Барсуковым [62], [76].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.Л.Гинзбург, И.М.Франк, ЖЭТФ, 16,15 (1946).
2. И.М.Франк, Нобелевская лекция, УФН 68, 397 (1959).
3. J.E.Lilienfeld, Physik. Zeit. 20,280 (1919).
4. H.Boersch, C.Radeloff, G.Sauerbrey, Phys.Rev.Lett. 7,52(1961);  
Zeit.Phys. 165,464 (1961).
5. Дж.Джелли, Черенковское излучение и его применения.  
ИЛ.Москва, 1960.
6. P.Goldsmith, J.V.Jelley, Phyl.Mag. 4,836 (1959).
7. С.Михалек, Диссертация, МГУ, 1961.
8. W.Steinman, Phys.Rev.Lett. 5,470 (1960).
9. R.W.Brown, P.Wessel, E.P.Frouson, Phys.Rev.Lett. 5,472 (1960).
10. R.A.Ferrell, Phys.Rev., 111,1214 (1958).
11. V.P.Silin, E.P.Fetisov, Phys.Rev.Lett. 7,374 (1961).
12. В.П.Силин, Е.П.Фетисов, ЖЭТФ 45, 1572 (1963).
13. R.H.Ritchie, H.B.Eldridge, Phys.Rev. 126,1936 (1962).
14. E.A.Stern, Phys.Rev.Lett. 8,7 (1962).
15. R.A.Ferrell, E.A.Stern, Am.J.Phys. 30,810 (1962).
- 15a. M.Hattori, K.Yamada, Journ.Phys.Soc.Japan. 18,200 (1963).
16. A.L.Frank, E.T.Arakawa, R.D.Birckhoff, Phys.Rev.126,1947 (1962).
17. E.T.Arakawa, L.C.Emerson, D.C.Hammer, R.D.Birckhoff.  
Phys.Rev.131,719 (1963).
18. E.T.Arakawa, R.J.Herickhoff, R.D.Birckhoff, Phys.Rev.Lett.12,319  
(1964).
19. S.Tanaka, Y.Katayama, J.Phys.Soc.Jap. 19,40 (1964).
20. E.T.Arakawa, N.O.Davis, L.C.Emerson, R.D.Birckhoff, J.de Phys.25,  
129 (1964).
21. E.T.Arakawa, N.O.Davis, R.D.Birckhoff, Phys.Rev.135,A224 (1964).

22. R.J. Herichoff, E. T. Arakawa, R.D. Birkhoff, *Phys. Rev.* 137, A1433 (1965)
23. R.J. Herichoff, W.F. Hanson, E. T. Arakawa, R.D. Birkhoff, *Phys. Rev.* 139, A1455 (1965).
24. Ф.Р. Арутюнян, Ж.В. Петросян, Р.А. Оганесян, *Письма ЖЭТФ* 3, 193 (1966г)
25. Ф.Р. Арутюнян, Ж.В. Петросян, Р.А. Оганесян, *ЖЭТФ* 51, 760 (1966)
26. Ф.Р. Арутюнян, Ж.В. Петросян, Р.А. Оганесян, *Опт. Спектр.* 21, 399 (1966)
27. Л.А. Ананова, Ф.Р. Арутюнян, Р.А. Оганесян, Ж.В. Петросян. *ДАН Арм. ССР* 43, 87 (1966)
28. С. Михалек, *ЯФ* 3, 89 (1966)
29. S. Michalak, J. Rutkowski, *Acta Phys. Polon.* 29, 65 (1966).
30. P. von Blanckenhagen, H. Boersch, D. Fritsche, H.G. Seifert, G. Sauerbrey, *Phys. Lett.* 11, 296 (1964).
31. H. Boersch, P. Dobberstein, D. Fritsche, G. Sauerbrey, *Zeit. Phys.* 187, 97 (1965).
32. G. E. Jones, L.S. Cram, E. T. Arakawa, *Phys. Rev.* 147, 515 (1966).
33. L.S. Cram, E. T. Arakawa, *Phys. Rev.* 153, 455 (1967).
34. J.C. Ashley, L.S. Cram, E. T. Arakawa, *Phys. Rev.* 160, 313 (1967).
35. И.М. Франк, *УФН* 87, 189 (1965).
36. И.М. Франк, *препринт ОИЯИ, Р4-4980* (1970)
37. E.A. Stern, *Optical Properties and Electronic Structure of Metals and Alloys*, Amstrdam. 1966, p. 396.
38. В.Е. Пафомов, Е.П. Фетисов, *ЖЭТФ* 53, 965 (1967)
39. Е.П. Фетисов, *Изв. вузов, Радиофиз.* 12, 265 (1969)
40. F. Forstmann, *Zeit. Phys.* 217, 416 (1968).
- 40a. P. Dobberstein, *phys. stat. sol.* 38, 649 (1970).
41. J.C. Ashley, *Phys. Rev* 155, 208 (1967).

42. J. Oostens, S. Prunster, C. L. Wang, L. C. L. Yuan, *Phys. Rev. Lett.* 19, 541 (1967).
43. S. Prunster, C. L. Wang, L. C. L. Yuan, J. Oostens, *Phys. Lett.* 28B, 47 (1968)
44. D. K. Aitken, R. E. Jennings, A. S. L. Parsons, R. N. F. Walker, *Proc. Phys. Soc.* 82, 710 (1963).
- 44a. F. W. Inman, J. J. Murray, *Phys. Rev.* 142, 272 (1966).
45. К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, *Изв. АН Арм. ССР Физика* 3, 290 (1968)
46. А.И. Алиханян, К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, *ЖЭТФ* 56, 1796 (1969)
47. А.И. Алиханян, Г.М. Гарибянь, К.А. Испирян, Е.М. Лазиев, А.Г. Оганесян, *Proc. Int. Sim. Nuc. Elec. v. 3. High energy Instr. Versailles*, 1968.
48. А.И. Алиханян, К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, *Изв. АН Арм. ССР, Физика* 4, 233 (1969)
49. А.И. Алиханян, К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, *ЯФ* 10, 549 (1969)
50. E. Janikova, Z. Janout, F. Lehar, P. Pavlovic, V. P. Zrelow, *Nucl. Inst. Met.* 74, 61 (1969).
51. А.И. Алиханян, Ф.Р. Арутюнян, К.А. Испирян, М.Л. Тер-Микаелян, *ЖЭТФ* 41, 2002 (1961)
52. Ф.Р. Арутюнян, К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, *ЯФ* 1, 842 (1965)
53. Ф.Р. Арутюнян, К.А. Испирян, А.Г. Оганесян, А.А. Франгян, *ЖЭТФ* 52, 1121 (1967)
54. L. C. L. Yuan, C. L. Wang, S. Prunster, *Phys. Rev. Lett.* 23, 496 (1969).
- 54a. L. C. L. Yuan, C. L. Wang, H. Uto, S. Prunster, *Phys. Lett.* 51B, 603 (1970)
- 54б. L. C. L. Yuan, 11 *Int. Conf. Cosmic Rays. Hungary, August, 1969.*
- 54в. L. C. L. Yuan, *Scintillation and Semic. Count. Simp. Washington D.C.* 3/11-13/70.
- 54г. L. C. L. Yuan, C. L. Wang, H. Uto, S. Prunster. *Phys. Rev. Lett.* (to be published)

55. А.И.Алиханян, К.А.Испирян, А.Г.Оганесян, А.Г.Таманян,  
ЖЭТФ Письма II, 347 (1970).
- 55a. A.I.Alikhanian, K.A.Ispirian, A.G.Oganesian, A.G.Tamalian,  
Nucl.Instr.Met.(to be published).
56. К.А.Авакян, А.И.Алиханян, Г.М.Гарибян, М.П.Лорикян,  
К.К.Шихляров. Изв.АН Арм.ССР, Физика 5, №4(1970); Phys.Rev.  
Lett.25, 635(1970).
57. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 33, 1403 (1957).
58. Ф.Г.Басс, В.М.Яковенко, УФН 86, 189 (1965).
59. G.Beck, Phys.Rev. 74, 795(1948).
60. Н.П.Клепиков, Вестник МГУ 8, 61 (1951).
61. Н.А.Корхмазян, Изв.АН Арм.ССР, физ-мат. 10, №4, 29 (1957).
62. К.А.Барсуков, ЖЭТФ 37, 1106 (1959).
63. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 37, 527 (1959).
64. А.Ц.Аматуни, Г.М.Гарибян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 1, 342(1966).
65. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 39, 332 (1960).
66. В.П.Зрелов, Излучение Вавилова-Черенкова и его применение в  
физике высоких энергий. т. I. Атомиздат. Москва. 1968.
67. А.И.Алиханян, Вопросы физики элементарных частиц. т.5.Ере-  
ван. 1966. стр.666.
68. A.I.Alikhanian, Loeb Lectures.Harvard University.February, 1965
69. Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц, Теория поля. Москва. 1967. § 66.
70. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян, Изв. АН Арм.ССР, Физика 4, 339  
(1969)
71. Г.М.Гарибян, ДАН Арм.ССР 33, 105 (1961); Изв.АН СССР сер.  
физич. 36, 754 (1962).
72. Г.М.Гарибян, препринт ЕФИ-ТФ-4 (70); ЖЭТФ (в печати).
73. В.Е.Пафомов, ЖЭТФ 33, 1074 (1957).
74. Г.М.Гарибян, Г.А.Чаликян, ЖЭТФ 35, 1282 (1958).

75. Г.М.Гарибян, Г.М.Чаликян, Изв.АН Арм.ССР физ-мат. 12 № 3,  
49 (1959).
76. К.А.Барсуков, ЖТФ 30, 1337 (1960).
77. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян, Изв.АН Арм. ССР, Физика 5,  
№ 4 (1970).
78. М.Л.Тер-Микаелян, А.Д.Газазян, ЖЭТФ 39, 1993 (1960).
79. М.Л.Тер-Микаелян, Изв.АН Арм.ССР, физ-мат. 14, 103 (1961);  
Nucl.Phys. 24, 43 (1961).
80. Г.М.Гарибян, И.И.Гольдман, ДАН Арм.ССР 31, 219 (1960).
81. М.Л.Тер-Микаелян, Влияние среды на электромагнитные процессы  
при высоких энергиях, Изд. АН Арм.ССР. Ереван, 1969.
82. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 35, 1435 (1958).
83. В.Е.Пафомов, ЖТФ 33, 557 (1963).
84. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян, Э.А.Налъян, Изв.АН Арм.ССР, Фи-  
зика, 4, 287 (1969).
85. Г.М.Гарибян, ДАН Арм.ССР 33, 193 (1961).
86. В.А.Джрбешян, Изв. АН Арм.ССР физ-мат. 16 №6, 113 (1963).
87. Я.Б.Файнберг, Н.А.Хижняк, ЖЭТФ 32, 883 (1957).
88. П.В.Блиох, Изв.вузов, Радиофизика, 2, 63 (1959).
89. М.Л.Тер-Микаелян, ДАН СССР 134, 318 (1960).
90. А.Ц.Аматуни, Н.А.Корхмазян, Изв. АН Арм.ССР. физ-мат. 13,  
№5, 55 (1960).
91. В.Е.Пафомов, ЖЭТФ 39, 134 (1960)
92. В.Е.Пафомов, И.М.Франк, ЯФ 5, 631(1967)
93. K.F.Casey, C.Yeh, Z.A.Kaprielian, Phys.Rev. 140, B768(1965)
94. R.Pratesi, G.Toraldo di Francia, L.Ronchi, A.M.Scheggi, N.Cim.25,  
754(1962).
95. L.Ronchi, G.Toraldo di Francia, Alta Frequenza. 32, 8(1963).
96. И.М.Франк, Изв.АН СССР, сер.физич. 6, 3 (1942).
97. В.Е.Пафомов, Изв.вузов, Радиофиз. 10, 240 (1967).

98. В.Е.Пафомов, Труды ФИАН, том.44, 28 (1969).
99. Г.М.Гарибян, И.Я.Померанчук, ЖЭТФ 37, 1828 (1959).
100. В.Е.Пафомов, ДАН СССР 133, 1315 (1960).
101. И.И.Гольдман, ЖЭТФ 38, 1866 (1960).
102. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 39, 332 (1960).
103. Ф.Ф.Терновский, ЖЭТФ 39, 171, 491 (1960).
104. В.Е. Пафомов, ЖЭТФ 47, 530 (1964).
105. R.H.Ritchie, J.C.Ashley, L.C.Emerson, Phys.Rev.135, A759 (1964).
106. В.Е.Пафомов, ЖЭТФ 52, 208 (1967).
107. М.Л.Тер-Микаелян, ЖЭТФ Письма 8, 100 (1968).
108. Ф.Р.Арутюнян, ДАН Арм. ССР 48, 32 (1969).
109. Б.Л.Желнов, ЖЭТФ 40, 170 (1961).
110. В.П.Силин, Е.П.Фетисов, ЖЭТФ 41, 159 (1961).
111. Э.А.Канер, В.М.Яковенко, ЖЭТФ 42, 471 (1962).
112. А.Ц.Аматуни, ЖТФ 34, 1354 (1964).
113. С.С.Элбакян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 5, 29 (1969).
114. В.М.Яковенко, ЖЭТФ 41, 385 (1961).
115. А.Ц.Аматуни, Н.А.Корхмазян, ЖЭТФ 39, 1011 (1960).
116. А.А.Галеев, ЖЭТФ 46, 1335 (1964).
117. А.Ц.Аматуни, Изв. АН.Арм.ССР физ-мат. 13, № 1, 111 (1960).
118. А.Ц.Аматуни, Изв. АН. Арм.ССР физ-мат.15, № 1, 109 (1962).
119. Г.М.Гарибян, М.Р.Магомедов, ДАН Арм. ССР 36, 77 (1963).
120. М.Р.Магомедов, ДАН Арм.ССР 36, 157 (1963).
121. М.Р.Магомедов, Изв.АН Арм.ССР, Физика 2, 170 (1967).
122. М.Р.Магомедов, Изв.АН Арм.ССР, Физика 4, 271 (1969).
123. Г.М.Гарибян, М.М.Мурадян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 1, 310 (1966).
124. М.М.Мурадян, Изв. АН. Арм.ССР, Физика 2, 343 (1967).

125. Г.М.Гарибян, М.М.Мурадян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 3, 103 (1968).
126. Г.М.Гарибян, Изв.АН Арм.ССР физ-мат. 11, № 4, 7 (1958).
127. Н.А.Корхмазян, Изв.АН Арм.ССР физ-мат. 11, № 6, 87 (1958).
128. Н.А.Корхмазян, Изв.АН Арм.ССР физ-мат. 13, № 2, 139 (1960).
129. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 38, 1814 (1960).
130. Н.А.Корхмазян, Изв. АН Арм.ССР физ-мат. 15, № 1, 115 (1962).
131. В.Е. Пафомов, Изв.вузов, Радиофиз. 5, 484 (1962).
132. Н.А. Корхмазян, С.С.Элбакян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 4, 3 (1969).
133. В.А.Енгибарян, Б.В.Хачатрян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 1, 11 (1966).
134. Г.М.Гарибян, С.С.Элбакян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 3, 244 (1968).
135. В.А.Аракелян, Г.М.Гарибян, Изв.АН Арм.ССР, Физика 5, № 5 (1970).
136. К.А.Барсуков, Б.М.Болотовский, Изв.вузов, Радиофиз. 3, 336 (1960).
137. Б.М.Болотовский, О.С.Мергелян, Опт.Спектр. 18, 3 (1965).
138. О.С.Мергелян, Изв. АН Арм.ССР, Физика 3, 285 (1968).
139. Г.М.Гарибян, ЖЭТФ 39, 1630 (1960).
140. С.П.Калица, ЖЭТФ 39, 1367 (1960).
141. К.А.Барсуков, Б.М.Болотовский, Изв.вузов, Радиофиз. 7, 291 (1964).

Рукопись поступила 4-го ноября 1970г.

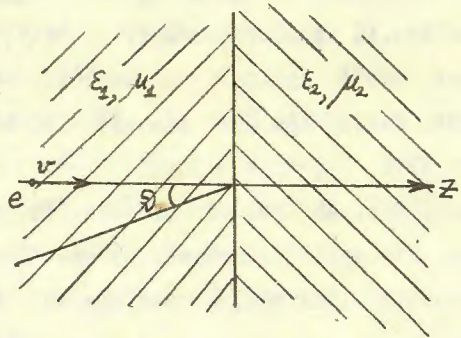


Рис. 1.

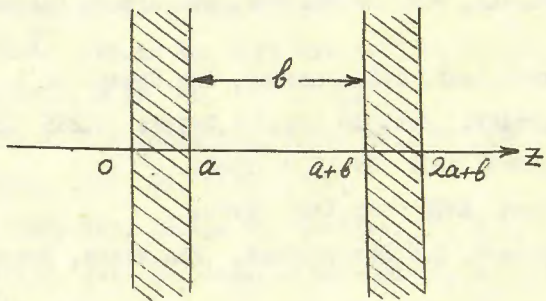


Рис. 2.

Заказ 1347

Тираж 300

Множительно-копировальная станция Ереванского физического  
института, Ереван 36, Маркаряна 2