ԵՐԵՎԱՆԻ ՖԻԶԻԿԱՅԻ ԻՆՍՏԻՏՈՒՏ
ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

ЕФИ-ТФ-6 (72)

И.И.Гольдман, Ян Ши

К ТЕОРИИ СИЛЬНО СЖАТОГО ВЕЩЕСТВА

АРУС

ԵՐԵՎԱՆ 1972 ЕРЕВАН

ЕРЕВАНСКИЙ ФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

УДК-539.124.16: 539.2
ЕФИ-ТФ-6(72)

И.И.ГОЛЬДМАН , ЯН ШИ

К ТЕОРИИ СИЛЬНО СЖАТОГО ВЕЩЕСТВА

Ереван 1972

И.И.ГОЛЬДМАН, ЯН ШИ

К ТЕОРИИ СИЛЬНО СЖАТОГО ВЕЩЕСТВА

реф.

Рассчитано зависящее от кристаллической структуры слагаемое в энергии сильно сжатого вещества. Поправка имеет такой же порядок величины как и члены, рассчитанные при предположении равномерно распределенного положительно заряда.

Препринт Ереванского физического института.
Ереван 1972.

I.I.GOLDMAN, C.YANG

ON THE THEORY OF STRONGLY COMPRESSED MATTER

A crystal structure dependent term of the energy of strongly compressed matter is calcuaated. The correction is of the same order of magnitude as the terms calculated on an assumption of a uniformly distributed background of positive charge.

Preprint of Yerevan Physical Institute
Yerevan, 1972

I. Введение

В работах [1,2] приведены результаты расчета кулоновой энергии различных решёток. Малая разница между энергиями наиболее симметричных решеток (оцк, гцк, гпу) приводит к необходимости рассмотреть следующий член разложения энергии по малому параметру $\rho = r_0/a_0$ (r_0^{-3} – плотность числа ядер, $a_0 = \hbar^2/me^2$ –боровский радиус). Часть членов этого порядка, которые не зависят от типа решётки, были вычислены в ряде работ [3-5] в модели равномерно распределенного положительного заряда. В более реалистической модели (ядра образуют периодическую структуру) за счет взаимодействия электронов с ядрами возникают члены того же порядка, но зависящие от типа решётки.

Настоящая работа посвящена вычислению этих членов. Трудность такого расчета заключается, во-первых, в необходимости учесть пересечение поверхности Ферми с границами зон Бриллюэна (и соответствующие деформации поверхности Ферми), и, во-вторых, в плохой сходимости возникающих сумм по узлам обратной решётки. В п.2 показано, что первая трудность несущественна при вычислении членов рассматриваемого порядка в трехмерном случае, так, как пересечение поверхности Ферми приводит лишь к поправкам в следующих членах разложения (вида $\sim \rho \ln \rho$). Что касается сумм по обратной решётке, то они вычисляются в п.3 с помощью техники приведения к интегралам (см. [1,2]). Результаты численного расчета приведены в п. 4.

2. Пересечение поверхности Ферми с границами зон Бриллюэна

Если не принимать во внимание пересечения поверхности Ферми с границами зон Бриллюэна, то вклад в энергию основного состояния от взаимодействия электронов с полем решётки в расчете на одно ядро во втором порядке теории возмущений можно записать в виде

$$E_{\text{эл-реш}} = -\frac{1}{N}\sum_{\underline{f}\neq 0}\sum_{p<p_F}\frac{|U_{\underline{f}}|^2}{\varepsilon^{(0)}_{\underline{p}+\underline{f}}-\varepsilon^{(0)}_{\underline{p}}}, \tag{I}$$

где $U_{\underline{f}}$ - матричный элемент потенциала взаимодействия электронов с решёткой $U(\underline{r}) = Ze^2\sum_i|\underline{r}-\underline{R}_i|^{-1}$, N - число ядер в кристалле, $\varepsilon^{(0)}_{\underline{p}} = p^2/2m$ - невозмущенная одночастичная энергия электрона, p_F - фермиевский импульс.

Формула (I) может быть получена другим способом, именно: найдем поправку к одночастичной энергии электрона за счет периодического потенциала решётки и затем просуммируем энергии занятых одночастичных состояний. Этот способ удобен тем, что позволяет учесть эффект пересечения поверхности Ферми с границами зон Бриллюэна. Рассмотрим для простоты одномерную модель движения электрона в периодическом поле.

Вдали от границы зоны одночастичная энергия дается формулой

$$\varepsilon_p = \varepsilon^{(0)}_p - \sum_{f\neq 0}\frac{|U_f|^2}{\varepsilon^{(0)}_{p+f}-\varepsilon^{(0)}_p}, \tag{2}$$

где $f = \pi n/a$, a – период потенциала, n – целое число. Вблизи границы зоны $p \approx f_1/2$ одночастичная энергия имеет вид

$$\varepsilon_p = \varepsilon_p^{(0)} + \frac{\varepsilon_{p+f_1}^{(0)} - \varepsilon_p^{(0)}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{p+f_1}^{(0)} - \varepsilon_p^{(0)})^2 + 4|U_{f_1}|^2} \quad (3)$$

(Для простоты считаем отличным от нуля один матричный элемент U_{f_1}). Для поправки к полной энергии системы, суммируя одночастичные энергии, получаем следующее выражение

$$\delta E = -\frac{|U_{f_1}|^2}{2\,\varepsilon_{f_1}^{(0)}} \ln\left|\frac{f_1 + 2p_F}{f_1 - 2p_F}\right| \quad (4)$$

для случая, когда фермиевский импульс p_F вдали от границы зоны: $|p_F - f_1/2| \gg m|U_{f_1}|/f_1$. Выражение (4), как следовало ожидать, совпадает с результатом стандартной теории возмущений (I). Однако, если $p_F \approx f_1/2$, то результат суммирования одночастичных энергий существенно отличается:

$$\delta E \approx -\frac{|U_{f_1}|^2}{2\varepsilon_{f_1}^{(0)}} \ln\left|\frac{\varepsilon_{f_1}^{(0)}}{U_{f_1}}\right|. \quad (5)$$

Таким образом, близость фермиевского импульса к границе зоны приводит к тому, что поправку к энергии нельзя вычислять по стандартной теории возмущений.

К счастью, аналогичный, но более громоздкий расчет в трехмерном случае (как и в двухмерном) показывает, что близость (или пересечение) поверхности Ферми с границами зон Бриллюэна приводит к поправке к энергии в более высоком порядке теории возмущений. При этом формула (I) приобретает дополнительный множитель вида

$$1+c'\frac{U_{\underline{f}}}{\varepsilon^{(0)}_{\underline{f}}}\ln\left|\frac{\varepsilon^{(0)}_{\underline{f}}}{U_{\underline{f}}}\right|$$

в трехмерном случае и множитель вида

$$1+c''\sqrt{\left|\frac{U_{\underline{f}}}{\varepsilon^{(0)}_{\underline{f}}}\right|}$$

в двухмерном (c' и c'' - некоторые численные множители).

3. Преобразование суммы по обратной решётке в интеграл

В трехмерном случае из формулы (I) имеем

$$E_{\text{эл-реш}}=-\frac{Ze^4m}{\nu^2 6\pi^2\hbar^2}\sum_{\underline{b}\neq 0} g\,f\left(\frac{\pi b}{p_F}\right), \tag{6}$$

где

$$f(x)=\frac{1}{x^4}\left(1+\frac{1-x^2}{2x}\ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right|\right), \tag{7}$$

$$g=\left|\sum_{\underline{r}'}\exp(2\pi i\,\underline{b}\,\underline{r}')\right|^2. \tag{8}$$

Здесь Z - атомный номер, ν - число атомов в элементарной ячейке, $\underline{r}'$ - радиус - вектор атома внутри элементарной ячейки, $\underline{b}$ - вектор обратной решётки , $p_F=\pi(3Z\nu/\pi v)^{1/3}$, v -объём элементарной ячейки.

Для вычисления величины (6) воспользуемся методикой преобразования суммы по обратной решётке в интеграл (см. [I,2]) .

Для этого будем рассматривать величину (6) как энергию парного взаимодействия в пространстве обратной решётки с "потенциалом взаимодействия" $f(\pi b/p_F)$ и преобразуем "потенциал" $f(x)$ в интеграл вида

$$f(x)=\int_0^\infty \psi(t)\exp(-x^2t)\,dt\,. \tag{9}$$

Функция $f(x)$ аналитична при $|x|>1$. Поэтому интегральное преобразование (9) (которое является модифицированным вариантом преобразования Лапласа) существует лишь при $|x|>1$. Представляя $f(x)$ в виде ряда по x и почленно совершая интегральное преобразование (9), получаем

$$\psi(t)=\frac{2}{3}\left[\,3t-1+F\left(-\frac{3}{2},\frac{1}{2};t\right)\right]. \tag{I0}$$

где $F(\alpha,\beta;t)$ – вырожденная гипергеометрическая функция.

Таким образом, рассматриваемую сумму можно представить в виде:

$$\sum_{x\neq 0} g f(x)=\sum_{x\neq 0}{}_1\, g f(x)+\int_0^\infty\left\{\sum_x g e^{-x^2t}-\sum_x{}_1\, g e^{-x^2t}\right\}\psi(t)\,dt, \tag{II}$$

где $x=\pi b/p_F$, а $\sum_x{}_1$ означает суммирование по некоторой области I, содержащей начало координат $x=0$, которая определяется тем, чтобы интеграл (II) сходился (для этого область I, по крайней мере, должна содержать целиком область $|x|\leq 1$).

Сумму по обратной решётке

$$S(t)=\sum_x g e^{-x^2t}$$

можно выразить через комбинации Θ-функций, аналогично тому, что было сделано в [I,2]. Ниже приведем выражения $S(t)$ для разных решёток.

Простая ортогональная решётка

Это - решётка Браве, $g = \nu = 1$,

$$x = (\alpha n^2 + \beta m^2 + \gamma \ell^2)(\pi/3Z)^{2/3}, \qquad (I2)$$

где $\alpha = (bc/a^2)^{2/3}$, $\beta = (ca/b^2)^{2/3}$, $\gamma = (ab/c^2)^{2/3}$, a, b, c - периоды прямой решётки, n, m, ℓ - -целые числа. Отсюда

$$S(t) = \omega(\varkappa_1 t)\,\omega(\varkappa_2 t)\,\omega(\varkappa_3 t), \qquad (I3)$$

где $\varkappa_1 = \frac{\alpha}{\pi}\left(\frac{\pi}{3Z}\right)^{2/3}$, $\varkappa_2 = \frac{\beta}{\pi}\left(\frac{\pi}{3Z}\right)^{2/3}$, $\varkappa_3 = \frac{\gamma}{\pi}\left(\frac{\pi}{3Z}\right)^{2/3}$, а $\omega(z) \equiv \Theta(0,z)$.

Гранецентрированная ортогональная решётка

Обратная решётка - это объёмноцентрированная ортогональная решётка с периодами $2/a$, $2/b$, $2/c$. Её можно рассматривать как совокупность двух простых решёток, вдвинутых одна в другую. Отсюда

$$S(t) = \omega(\varkappa_1 t)\,\omega(\varkappa_2 t)\,\omega(\varkappa_3 t) + \zeta(\varkappa_1 t)\,\zeta(\varkappa_2 t)\,\zeta(\varkappa_3 t), \qquad (I4)$$

где $\varkappa_1 = \frac{4\alpha}{\pi}\left(\frac{\pi}{12Z}\right)^{2/3}$ и т.д. $\zeta(z) \equiv 2^{-1/2}\,\Theta(1/2, 1/2)$.

Гексагональная решётка (простая)

Обратная решётка - гексагональная. Это совокупность двух простых ортогональных решёток с периодами

$$\frac{2}{a}, \quad \frac{2}{\sqrt{3}a}, \quad \frac{1}{c}$$

и

$$S(t)=\omega(\varkappa_1 t)\omega(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t)+\zeta(\varkappa_1 t)\zeta(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t), \tag{I5}$$

где $\varkappa_1=\frac{4\lambda}{\pi}\left(\frac{\pi}{2\sqrt{3}Z}\right)^{2/3}$, $\varkappa_2=\varkappa_1/3$, $\varkappa_3=1/\varkappa_1\varkappa_2$, $\lambda=(c/a)^{2/3}$.

Ромбоэдрическая решётка

Обратная решётка - тоже ромбоэдрическая решётка. Это - совокупность шести простых ортогональных решёток. В этом случае

$$S(t)=\omega(\varkappa_1 t)\omega(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t)+\zeta(\varkappa_1 t)\zeta(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t)+$$

$$+2\omega(\varkappa_1 t)\nu(\varkappa_2 t)\nu(\varkappa_3 t)+2\zeta(\varkappa_1 t)\mu(\varkappa_2 t)\nu(\varkappa_3 t), \tag{I6}$$

где $\varkappa_1=\frac{4\lambda}{3}\left(\frac{2}{3\pi Z^2}\right)^{1/3}$, $\varkappa_2=3\varkappa_1$, $\varkappa_3=1/\varkappa_1\varkappa_2$, $\lambda=(3/8)^{1/3}(c/a)^{2/3}$,

$\mu(z)=z^{-1/2}\theta(1/6,1/z)$, $\nu(z)=z^{-1/2}\theta(1/3,1/z)$.

Гексагональная решётка типа плотной упаковки

В этом случае в элементарной ячейке содержится два атома с радиус-векторами $r_0'=(0,0,0)$ и $r_1'=\left(0,-\frac{a}{\sqrt{3}},\frac{c}{2}\right)$.
Имеем $\nu=2$, $g=2\left[1+\cos 2\pi(n/3+m/3+\ell/2)\right]$.
Непосредственное вычисление даёт

$$S(t)=2\{\omega(\varkappa_1 t)\omega(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t)+\zeta(\varkappa_1 t)\zeta(\varkappa_2 t)\omega(\varkappa_3 t)+$$

$$+\rho(\varkappa_1 t)\rho(\varkappa_2 t)\eta(\varkappa_3 t)-2\alpha(\varkappa_1 t)\alpha(\varkappa_2 t)\eta(\varkappa_3 t)\}, \tag{I7}$$

где $\rho(z)=\theta(\frac{1}{3},z)$, $\alpha(z)=-\frac{1}{2}\left[\rho(\frac{z}{4})-\rho(z)\right]$, $\varkappa_1=\frac{4\lambda}{3}\left(\frac{3}{2\pi Z^2}\right)^{1/3}$,
$\varkappa_2=\varkappa_1/3$, $\varkappa_3=1/\varkappa_1\varkappa_2$, $\lambda=(c/a)^{2/3}(3^{1/3}/2)$, $\gamma(z)=\theta(1/2,z)$.

При вычислении интеграла в правой части формулы (II) разобьём интеграл на две части: от 0 до некоторого числа s и от s до ∞. Затем в интеграле от 0 до s совершим замену переменных $t=1/\tau$ и воспользуемся свойствами θ-функций. В результате получаем

$$\int_0^\infty\left(\sum g e^{-x^2t}-\sum_1 g e^{-x^2t}\right)\psi(t)\,dt=\int_{1/s}^\infty\sum g e^{-x^2/\tau}\psi(1/\tau)\,d\tau/\tau^2-$$
$$-\int_0^s\sum_1 g e^{-x^2t}\psi(t)\,dt+\int_s^\infty\left(\sum g e^{-x^2t}-\sum_1 g e^{-x^2t}\right)\psi(t)\,dt. \tag{I8}$$

Первый интеграл с учетом известных свойств θ- функций можно преобразовать к удобному для вычисления виду.
Для разных решёток имеем

$$3Z\sqrt{\pi}\int_{1/s}^\infty\left[\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_1})\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_2})\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_3})-1\right]\psi(\tfrac{1}{\tau})\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}+\mathrm{I} \tag{I9}$$

-для простой ортогональной решётки

$$\frac{3Z\sqrt{\pi}}{2}\int_{1/s}^\infty\left[\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_1})\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_2})\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_3})+\gamma(\tfrac{\tau}{\varkappa_1})\gamma(\tfrac{\tau}{\varkappa_2})\gamma(\tfrac{\tau}{\varkappa_3})-2\right]\psi(\tfrac{1}{\tau})\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}+\mathrm{I} \tag{20}$$

-для гранецентрированной ортогональной решётки

$$\frac{3Z\sqrt{\pi}}{2}\int_{1/s}^\infty\left\{\left[\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_1})\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_2})+\gamma(\tfrac{\tau}{\varkappa_1})\gamma(\tfrac{\tau}{\varkappa_2})\right]\omega(\tfrac{\tau}{\varkappa_3})-2\right\}\psi(\tfrac{1}{\tau})\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}+\mathrm{I} \tag{2I}$$

-для гексагональной решётки (простой)

$$\frac{Z\sqrt{\pi}}{2}\int\limits_{1/s}^{\infty}\Big\{\Big[\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)+\eta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\eta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)\Big]\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_3}\Big)+2\Big[\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\rho\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)+\eta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\zeta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)\Big]\rho\Big(\frac{\tau}{\varkappa_3}\Big)-$$

$$-6\Big\}\psi\Big(\frac{1}{\tau}\Big)\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}+I \qquad (22)$$

– для ромбоэдрической решётки

$$6Z\sqrt{\pi}\int\limits_{1/s}^{\infty}\Big\{\Big[\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)+\eta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\eta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)\Big]\omega\Big(\frac{\tau}{\varkappa_3}\Big)+$$

$$+\Big[\nu\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\nu\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)-2\beta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_1}\Big)\beta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_2}\Big)\Big]\zeta\Big(\frac{\tau}{\varkappa_3}\Big)-2\Big\}\psi\Big(\frac{1}{\tau}\Big)\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}+4I \qquad (23)$$

–для гексагональной решётки типа плотной упаковки.

Здесь

$$I=3Z\sqrt{\pi}\int\limits_{1/s}^{\infty}\psi\Big(\frac{1}{\tau}\Big)\frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}=12Z\sqrt{\pi}\sum_{k\geq 2}^{\infty}\frac{s^{k-1/2}}{(2k-3)(2k-1)^2\,k!} \qquad (24)$$

$\beta(z)=z^{-1/2}\,\alpha(1/z)$, $\zeta(z)=\Theta(1/6,z)$.

Заметим, что все интегралы, приведенные выше, сходятся очень хорошо на верхнем пределе.

Величина s выбирается так, чтобы обеспечить заданную точность вычисления при использовании данного числа членов в рядах для Θ -функций. Ясно, что результат вычисления в пределах точности не должен зависеть от s.

4. Результаты численного расчета

Численный расчет сумм $\sum_{\kappa\neq 0}$ и интегралов по формулам (II), (I8) – (24) для разных типов решётки показывает, что энергия взаимодействия электронов с решётками максимальна для наиболее симметричных решёток. Результаты для трех типов решётки (простой квадратной, объёмо-центрированной квадратной и гексагональной типа плотной упаковки) приведены в таблице I. (Относительная ошибка вычисления $\leqslant 10^{-5}$)

Безразмерный параметр λ, характеризующий решётку, определяется следующими соотношениями:

$$\lambda = \left(\frac{c}{a}\right)^{2/3}$$ – для простой квадратной решётки ($a = b$)

$$\lambda = \left(\frac{c}{a}\right)^{2/3}$$ – для объёмо-центрированной квадратной решётки ($a = b$).

$$\lambda = \frac{3^{1/3}}{2}\left(\frac{c}{a}\right)^{2/3}$$ – для гексагональной решётки, типа плотной упаковки

Из таблицы I видно, что относительным максимумам энергии $E_{\text{эл.реш.}}$ соответствуют простая кубическая решетка, объёмно-центрированная кубическая решётка и гексагональная решётка с плотнейшей упаковкой ($\lambda = 1$) . Заметим, что гранецентрированная кубическая решётка (объёмно-центрированная квадратная решётка при $\lambda = 2^{1/3}$) не соответствует относительному максимуму.

Известно, что главный вклад в зависимость полной энергии сильно сжатого вещества от его структуры вносит кулонова энергия ядер, которая минимальна для наиболее симметричных решёток (оцк и гцк). Таким образом, энергия взаимодействия электронов с решёткой, вообще говоря, несколько "сглаживает" указанную зависимость полной энергии от структуры.

В таблице 2 приведены значения $-E_{эл-реш}$ (относительные ошибки $\leqslant 10^{-6}$) при разных Z для трех наиболее симметричных решёток (оцк, гцк и гцу). Из этой таблицы видно, что в большинстве случаев (за исключением гелия) энергия взаимодействия электронов с оцк решёткой больше, чем с решёткой гцк. При этом разность между оцк и гцк решётками составляет $\sim 10^{-3} Z^2$ (в единицах $e^4 m/\hbar^2$). Поскольку разность в кулоновой энергии ядер между решётками гцк и оцк порядка $10^{-4} Z^2/\rho$ [1,2], то при $\rho \sim 10^{-1}$ эти две разности в энергиях могут скомпенсироваться и вопрос об устойчивой структуре сжатого вещества должен решаться следующими членами разложения по ρ .

Рукопись поступила 4-го мая 1972 года.

Таблица I

Энергия взаимодействия электронов с решёткой $-E_{эл-реш}$

(в единицах $e^4 m/\hbar^2$, $Z=1$)

параметр λ	Простая квадратная решётка	Объёмноцентр. квадратная решётка	Гексагональная решётка типа плотной упаковки
0,80	0,163326	0,102060	0,085722
0,85	0,144855	0,095308	0,079144
0,90	0,131097	0,092046	0,073254
0,95	0,121262	0,090699	0,068158
1,00	0,115173	0,090386	0,066169
1,05	0,119567	0,090555	0,066878
1,10	0,126620	0,090865	0,071434
1,15	0,137016	0,091127	0,080511
1,20	0,150761	0,091270	0,089961
1,25	0,167887	0,091307	0,101301
1,30	0,188487	0,091314	0,114867
1,35	0,212708	0,091414	0,130874
1,40	0,240737	0,091867	0,149515

Таблица 2

Величина $-E_{\text{эл.реш.}}$ для трех наиболее симметричных решёток при разных Z (в единицах $Z^2 e^4 m/\hbar^2$).

	объёмноцентр. куб.	гранецентр. куб.	гексагональная с плотнейшей упаковкой
Водород	0,090386	0,091307	0,066169
Гелий	0,224488	0,219672	0,189904
Углерод	0,473481	0,474871	0,435366
Железо	1,034330	1,036611	0,989050

ЛИТЕРАТУРА

1. I.I.Goldman, Phys. Lett. 34 A, 339 (1971).

2. И.И.Гольдман, ЕФИ-ТФ-8(70),Ереван 1970. 1971.

3. M.Gell-Mann and K.Brueckner, Phys. Rev. 106, 364 (1957).

4. K.Sawada ,Phys. Rev. 106, 72 (1957).

5. Д.Пайнс, Ф.Нозьер, "Теория квантованных жидкостей", Москва 1968.

Редактор Л.П.Мукаян

Тех.редактор К.О.Миракян

Заказ 1234 Т-07810 Тираж 300

Подписано к печати 5/VI-72г. 1,0 уч-изд.л. Цена 7 коп.

Ереванский физический институт, Ереван-36,пер.Маркаряна 2